

N° D'ORDRE : 2133

SÉRIE A. N° 1264

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

Par M. P. DUPIN

INGÉNIEUR I. E. T.

CHARGÉ DE CONFÉRENCES A L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE  
ET DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE DE TOULOUSE

1<sup>re</sup> THÈSE. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR LES TOURBILLONS ALTERNÉS DE BÉNARD.

2<sup>e</sup> THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le

21 JUIN

1930, devant la Commission d'examen.

MM. VILLAT,

BÉNARD,

VILLEY,

CAMICHEL.

*Président.*

*Examineurs.*



TOULOUSE

IMPRIMERIE ET LIBRAIRIE ÉDOUARD PRIVAT

Librairie de l'Université

14, RUE DES ARTS (SQUARE DU MUSÉE, TOULOUSE)

1930





# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

*Doyen* . . . . . Ch. MAURAIN, *Professeur*. Physique du globe.

*Doyens honoraires* . . . P. APPELL, M. MOLLIARD.

*Professeurs honorair.* { A. JOANNIS, H. LE CHATELIER, H. LEBESGUE, A. FERNBACH,  
A. LEDUC, E. HÉROUARD.

|                              |                                    |                                                       |
|------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|                              | Émile PICARD . . . . .             | Analyse supérieure et algèbre supér.                  |
|                              | G. KOENIGS . . . . .               | Mécanique physique et expérimentale                   |
|                              | E. GOURSAT . . . . .               | Calcul différentiel et calcul intégral.               |
|                              | P. JANET . . . . .                 | Electrotechnique générale.                            |
|                              | F. WALLERANT . . . . .             | Minéralogie.                                          |
|                              | P. PAINLEVÉ . . . . .              | Mécan. analytique et mécan. céleste.                  |
|                              | Gabriel BERTRAND . . . . .         | Chimie biologique.                                    |
|                              | M <sup>me</sup> P. CURIE . . . . . | Physique générale et radioactivité.                   |
|                              | M. CAULLERY . . . . .              | Zoologie (Evolution des êtres organisés).             |
|                              | G. URBAIN . . . . .                | Chimie générale.                                      |
|                              | Émile BOREL . . . . .              | Calcul des probab. et Physique math.                  |
|                              | L. MARCHIS . . . . .               | Aviation.                                             |
|                              | Jean PERRIN . . . . .              | Chimie physique.                                      |
|                              | Rémy PERRIER . . . . .             | Zoologie (Enseignement P. C. N.).                     |
|                              | H. ABRAHAM . . . . .               | Physique.                                             |
|                              | M. MOLLIARD . . . . .              | Physiologie végétale.                                 |
|                              | E. CARTAN . . . . .                | Géométrie supérieure.                                 |
|                              | L. LAPICQUE . . . . .              | Physiologie générale.                                 |
|                              | E. VESSIOT . . . . .               | Théorie des fonctions et théorie des transformations. |
|                              | A. COTTON . . . . .                | Physique générale.                                    |
| <i>Professeurs</i> . . . . . | J. DRACH . . . . .                 | Applicat. de l'analyse à la géométrie.                |
|                              | Charles FABRY . . . . .            | Physique.                                             |
|                              | Charles PÉREZ . . . . .            | Zoologie.                                             |
|                              | Léon BERTRAND . . . . .            | Géologie structur. et géologie appliq.                |
|                              | R. LESPIEAU . . . . .              | Théories chimiques.                                   |
|                              | E. RABAUD . . . . .                | Biologie expérimentale.                               |
|                              | P. PORTIER . . . . .               | Physiologie comparée.                                 |
|                              | É. BLAISE . . . . .                | Chimie organique.                                     |
|                              | P.-A. DANGEARD . . . . .           | Botanique.                                            |
|                              | P. MONTEL . . . . .                | Mécanique rationnelle.                                |
|                              | P. WINTREBERT . . . . .            | Anatomie et Histologie comparées.                     |
|                              | O. DUBOSCQ . . . . .               | Biologie maritime.                                    |
|                              | G. JULIA . . . . .                 | Mathématiques générales.                              |
|                              | A. MAILHE . . . . .                | Etude des combustibles.                               |
|                              | L. LUTAUD . . . . .                | Géographie phys. et géologie dynam.                   |
|                              | Eugène BLOCH . . . . .             | Physique théorique et physiq. céleste.                |
|                              | Henri VILLAT . . . . .             | Mécanique des fluides et applications.                |
|                              | Ch. JACOB . . . . .                | Géologie.                                             |
|                              | P. PASCAL . . . . .                | Chimie minérale.                                      |
|                              | Léon BRILLOUIN . . . . .           | Théories physiques.                                   |
|                              | V. AUGER . . . . .                 | Chimie appliquée.                                     |
|                              | E. ESCLANGON . . . . .             | Astronomie.                                           |
|                              | E. PÉCHARD . . . . .               | Chimie (Enseig <sup>t</sup> P. C. N.).                |
|                              | M. GUICHARD . . . . .              | Chimie minérale.                                      |
|                              | A. GUILLET . . . . .               | Physique.                                             |
|                              | C. MAUGUIN . . . . .               | Minéralogie.                                          |
|                              | L. BLARINGHEM . . . . .            | Botanique.                                            |
|                              | A. MICHEL-LÉVY . . . . .           | Pétrographie.                                         |
|                              | A. DEREIMS . . . . .               | Géologie.                                             |
|                              | A. DENJOY . . . . .                | Calcul différent. et intégral.                        |
|                              | H. BÉNARD . . . . .                | Physique (P. C. N.).                                  |
|                              | E. DARMOIS . . . . .               | Physique.                                             |
|                              | G. BRUHAT . . . . .                | Physique.                                             |
|                              | H. MOUTON . . . . .                | Chimie physique.                                      |
|                              | L. JOLEAUD . . . . .               | Paléontologie.                                        |
|                              | M. JAVILLIER . . . . .             | Chimie biologique.                                    |
|                              | A. DUFOUR . . . . .                | Physique (P. C. N.).                                  |
|                              | F. PICARD . . . . .                | Zoologie (Evolution des<br>êtres organisés).          |
|                              | ROBERT-LÉVY . . . . .              | Zoologie.                                             |
|                              | L. DUNOYER . . . . .               | Optique appliquée.                                    |
|                              | A. GUILLIERMOND . . . . .          | Botanique (P. C. N.).                                 |
|                              | A. DEBIERNE . . . . .              | Radioactivité.                                        |
|                              | M. FRÉCHET . . . . .               | Calcul des Probabilités et<br>Physique mathématiq.    |

*Secrétaire* . . . . . A. PACAUD.

N° D'ORDRE : 2133

SÉRIE A. N° 1264

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

**Par M. P. DUPIN**

INGÉNIEUR I. E. T.

CHARGÉ DE CONFÉRENCES A L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE  
ET DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE DE TOULOUSE

1<sup>re</sup> THÈSE. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR LES TOURBILLONS ALTERNÉS DE BÉNARD.

2<sup>e</sup> THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le

1930, devant la Commission d'examen.

MM. VILLAT,

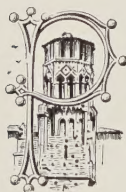
*Président.*

BÉNARD,

VILLEY,

CAMICHEL.

} *Examineurs.*



TOULOUSE

IMPRIMERIE ET LIBRAIRIE ÉDOUARD PRIVAT

Librairie de l'Université

14, RUE DES ARTS (SQUARE DU MUSÉE, TOULOUSE)

1930



A MON MAÎTRE

MONSIEUR CHARLES CAMICHEL

CORRESPONDANT DE L'INSTITUT  
PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE  
DIRECTEUR DE L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE  
ET DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE

*Hommage de respectueuse reconnaissance.*



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41553822\\_0067](https://archive.org/details/IA41553822_0067)

PREMIÈRE THÈSE

---

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

---

SUR LES TOURBILLONS ALTERNÉS DE BÉNARD

---

I. — Introduction.

Le phénomène des tourbillons alternés se rencontre à chaque instant dans la nature lorsque un obstacle de forme quelconque se trouve placé dans un fluide en mouvement, ou encore lorsqu'un obstacle se meut dans un fluide immobile, tout au moins lorsque la vitesse relative est supérieure à une certaine valeur fonction, comme nous le verrons, de la forme de l'obstacle, de sa dimension et de la viscosité du fluide. Dans le cas d'un liquide présentant une surface libre, on peut apercevoir alignés sur deux files dans le sillage de l'obstacle, une série de petites cuvettes indiquant l'emplacement des tourbillons, les cuvettes de l'une des files étant décalées par rapport à celles de l'autre de la demi-distance séparant deux cuvettes consécutives d'une même file (*fig. 1*). On peut constater, en outre, que le sens de rotation des tourbillons est celui indiqué par les flèches.

L'historique des tourbillons alternés comporte, comme l'a montré récemment M. Henri BÉNARD<sup>1</sup>, des observations anciennes intéressantes. Par exemple, dès 1883, O. REYNOLDS<sup>2</sup> les a *dessinés* sans les décrire, dans un cas très spécial, il est vrai. Vers 1901, MAREY, sans en parler non plus dans ses publications, les avait photographiés lors de ses premiers essais de spectres hydro et aérodynamiques (cli-

---

1. *Revue Scientifique* du 28 décembre 1929. Leçon d'ouverture de l'Institut de mécanique des Fluides de l'Université de Paris.

2. *Phil. Trans. of the Roy. Soc.*

chés inédits restés à l'Institut MAREY). M. BRILLOUIN<sup>1</sup> avait vu la distribution périodique des mouvements giratoires détachés de l'obstacle.

Ce n'est malgré tout qu'en 1907 que MALLOCK<sup>2</sup> publie une description du phénomène et émet le premier l'hypothèse que ces tourbillons sont l'explication des sons éoliens étudiés en particulier par STROUHAL. Cependant M. HENRI BÉNARD les trouve indépendamment vers la même époque et imagine une méthode optique et cinématographique permettant d'exécuter des mesures extrêmement précises, susceptibles de mettre en évidence les lois régissant ces tourbil-

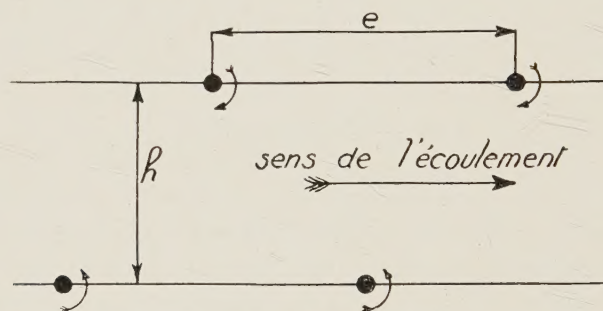


FIG. 1. — Disposition et sens de rotation des tourbillons alternés dans le sillage d'un obstacle.

lons alternés. Ses premiers résultats font l'objet d'une note à l'Académie des Sciences en novembre 1908<sup>3</sup>; de nouvelles notes paraissent ensuite en 1913<sup>4</sup>, 1926<sup>5</sup> et 1928<sup>6</sup>.

Entre temps d'autres auteurs, parmi lesquels RIABOUCHINSKY<sup>7</sup>, KÁRMÁN et RUBACH<sup>8</sup>, KRÜGER et LAUTH<sup>9</sup>, LORD RAYLEIGH<sup>10</sup>, E. G. RICHARDSON<sup>11</sup>, RELF<sup>12</sup>, s'occupent aussi de cette question. Les résultats

- 
1. *Leçons sur la viscosité*, I, p. 224, 1907.
  2. *Proc. of the Roy. Soc.*, t. 79, 1907, p. 262.
  3. *C. R. de l'Académie des Sciences*, t. 147, p. 839, et t. 147, p. 970.
  4. *C. R. de l'Académie des Sciences*, t. 156, p. 1003, et t. 156, p. 1225.
  5. *C. R. de l'Académie des Sciences*, t. 182, p. 1375; t. 182, p. 1523; t. 183, p. 20; t. 183, p. 184.
  6. *C. R. de l'Académie des Sciences*, t. 187, p. 1028, et t. 187, p. 1123.
  7. *L'Aérophile*, t. 19, 1<sup>er</sup> janvier 1911, p. 15.
  8. *Phys. Zeits.*, t. 13, 1912, p. 49.
  9. *Ann. der Phys.*, t. 44, 1914, p. 801.
  10. *Phil. Mag.*, t. 29, 1915, p. 433.
  11. *Proc. Phys. Soc. of London*, t. 36, 1924, p. 153.
  12. *Phil. Mag.*, t. 42, 1921, p. 173, et t. 49, 1925, p. 509.

de ces différents travaux présentent des divergences assez notables, et M. CAMICHEL a pensé qu'il y avait lieu d'entreprendre une série de recherches afin d'élucider, si possible, les différents points litigieux, et en particulier l'application des lois de la similitude dynamique à ce phénomène.

Nous avons donc étudié, dès 1927, les sillages de cylindres à

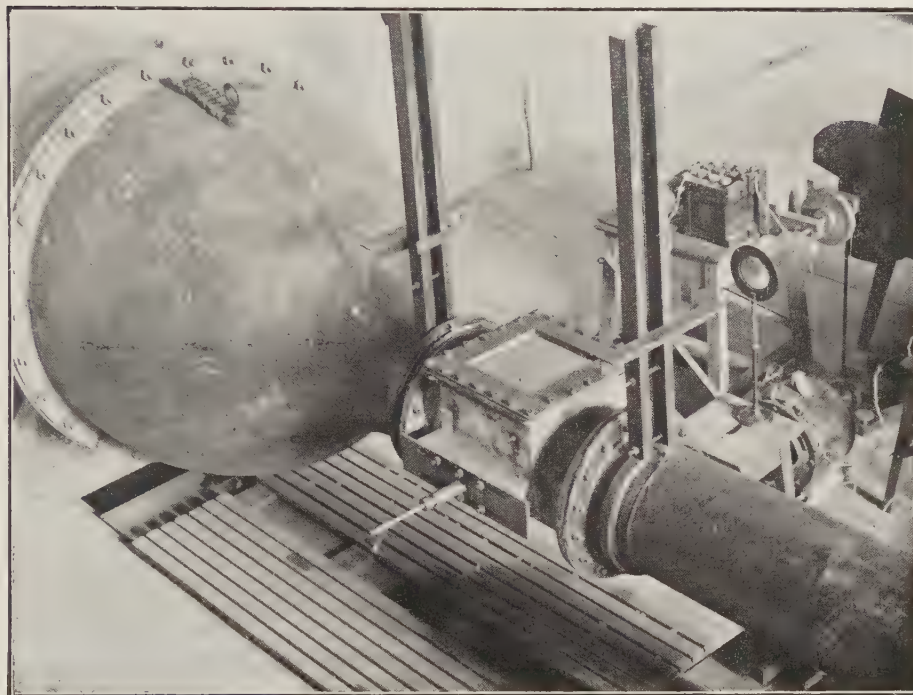


FIG. 2. — Vue de la tubulure et de l'ajutage de 30<sup>cm</sup>.

section circulaire placés dans un ajutage de 30 cm. de diamètre. Afin d'obtenir un parallélisme absolu des filets liquides, ainsi qu'un champ uniforme de vecteurs vitesses dans la presque totalité de la section de l'ajutage, ce dernier était précédé d'une tubulure d'un des types donnés par M. RATEAU (*fig. 2*).

La mesure précise de la vitesse était évidemment une chose primordiale. La présence des parois créant, dans leur voisinage, une zone de vitesses variables (ralentissement progressif des filets liquides), on ne pouvait déduire la vitesse commune  $V$  des filets situés dans la portion centrale de l'ajutage de la connaissance de la vitesse

moyenne  $V_m$  obtenue par jaugeage<sup>1</sup>. Seule, la méthode chronophotographique de M. CAMICHEL rendait possible la mesure précise de la vitesse du fluide. Nous rappellerons donc rapidement le principe de cette méthode et, comme elle est à la base même de nos recherches, nous décrirons, après avoir rappelé les principales vérifications faites par M. CAMICHEL lui-même, l'expérience que nous avons exécutée pour en démontrer l'exactitude.

---

1. Il est d'ailleurs intéressant de noter qu'il n'y a pas proportionnalité entre ces deux vitesses, l'écart étant d'autant plus accentué que les vitesses sont plus faibles.

---

## II. — Mesure de la vitesse du fluide. Méthode chronophotographique de M. Camichel.

La méthode chronophotographique de M. CAMICHEL consiste à photographier dans leur déplacement des poussières, généralement d'aluminium, en suspension dans le liquide, ces poussières étant éclairées par intermittence et pendant des durées bien déterminées à l'aide du dispositif représenté par la figure 3.

Un système optique comprenant un arc A, une fente F et une

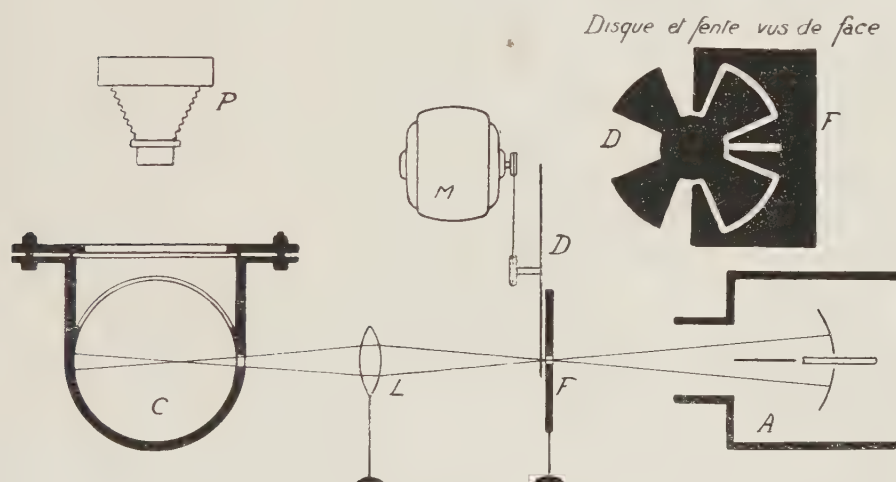


FIG. 3. — Disposition des divers appareils dans l'emploi de la méthode chronophotographique.

lentille L, permet d'éclairer d'une façon intense la section de l'écoulement à étudier. Dans cette section, les poussières métalliques en suspension apparaissent, le liquide étant au repos, comme des points très lumineux se détachant sur un fond noir. Si le fluide est en mouvement, ces particules métalliques entraînées tracent des trajectoires brillantes, que l'on peut photographier à l'aide d'un appareil P mis au point sur la section éclairée. L'adjonction d'un disque denté, entraîné par un moteur, permet d'obturer la fente F par intermittence, et par suite de n'éclairer la masse liquide que pendant des intervalles de temps plus ou moins rapides.

La figure 4 montre l'aspect de la photographie de la trajectoire d'une particule. Le produit de la distance  $e$  de deux points homologues A et B par le rapport de réduction  $k$  du cliché, est égal au déplacement réel de la particule pendant le temps  $t$  que met une dent

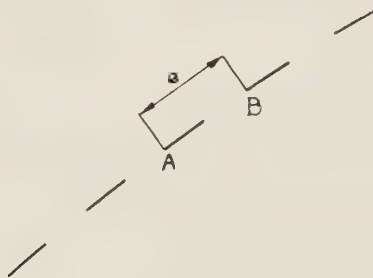


FIG. 4. — Aspect de la photographie de la trajectoire d'une particule.

du disque pour occuper dans l'espace la même position que la précédente. Connaissant le nombre  $N$  de rotation du disque par minute et le nombre de dents  $d$  du disque, on voit qu'il est aisé de mesurer la vitesse moyenne de la particule dans l'espace AB. On a, en effet :

$$v = \frac{Nd}{60t} ke.$$

Les divers facteurs entrant dans le calcul de  $v$  peuvent être connus avec une très grande précision. La mesure la plus délicate est certainement celle de la distance  $e$ . Aussi, a-t-on soin d'employer à cet effet un micromètre, analogue à ceux utilisés dans les Observatoires, qui permet d'apprécier facilement le 1/100 de mm.

Si l'on remarque que le retard dans l'action photographique intervient de la même façon pour les points homologues A et B, on voit qu'aucune objection sérieuse ne peut être faite à cette méthode, si ce n'est celle portant sur l'inertie et l'indéformabilité des particules métalliques photographiées. Les particules métalliques sont-elles bien animées du mouvement qu'auraient les particules liquides dont elles occupent la place, principalement dans le cas d'un mouvement ayant une accélération positive ou négative notable?

Il est bien évident que, pour conserver à la méthode toute sa précision, il est nécessaire de réaliser des particules de même densité moyenne que l'eau. Cela demande nécessairement un certain

soin dans la préparation de ces dernières. Toutes les poussières ne peuvent convenir; il faut les sélectionner. Cette sélection se fait aisément : en laissant quelque temps le liquide au repos, celles des poussières d'aluminium qui, grâce à de petites bulles d'air adhérentes, constituent une particule de même densité moyenne que l'eau, restent en suspension dans la masse. Les autres tombent au fond du vase ou, au contraire, montent à la surface; il est facile de les éliminer.

Les particules sélectionnées ont généralement un diamètre de l'ordre de  $1/10$  de mm. On peut donc penser que, dans de telles conditions, le mouvement de la particule métallique est bien celui de la particule liquide dont elle occupe la place.

MM. CAMICHEL et RICAUD ont, dans de nombreux cas, comparé la mesure du débit par jaugeage avec le débit évalué par l'intégrale du flux à travers une surface, intégrale calculée par la méthode chronophotographique; aucune divergence systématique n'a jamais été relevée. On peut citer, comme vérification indirecte, les remarquables expériences de M. CAMICHEL sur l'écoulement d'un liquide en régime permanent dans les chambres d'eau. On sait que ces expériences ont montré l'existence d'un potentiel des vitesses, et mis en évidence le fait que les vitesses en divers points varient en raison inverse du carré de la distance de ces points au centre de l'orifice<sup>1</sup>; on peut encore mentionner la détermination chronophotographique du potentiel des vitesses dans les écoulements plans par application du théorème de Stokes<sup>2</sup>. On doit aussi noter que M. BÉNARD avait déjà montré, dans sa thèse<sup>3</sup>, combien est sûre la méthode basée sur l'emploi de grains de poussières d'inertie négligeable, pour en déduire des mesures d'ordre cinématique, dans le cas particulier où le mouvement des particules liquides est périodique, avec trajectoires fermées (cas des tourbillons cellulaires). Enfin l'expérience que nous avons personnellement effectuée, et que nous allons décrire, démontre bien que, dans d'assez larges limites, l'inertie de la particule joue un rôle perturbateur tout à fait négligeable.

---

1. *Sur le régime permanent dans les chambres d'eau* (C. R., t. 170, p. 881, et R. G. E., t. 8, p. 331).

2. Note de MM. L. Escande et M. Teissié-Solier, *C. R. de l'Académie des Sciences*, t. 189, p. 317.

3. *Ann. de Ch. et de Ph.*, 7<sup>e</sup> série, t. 23, p. 116, 1901.

Comparaison du mouvement d'un piston dans un cylindre et des particules voisines.

Un cylindre en laiton plonge dans une cuve en verre pleine d'eau, contenant en suspension des particules d'aluminium sélectionnées. Un piston, mû par un excentrique, peut se déplacer dans le cylindre

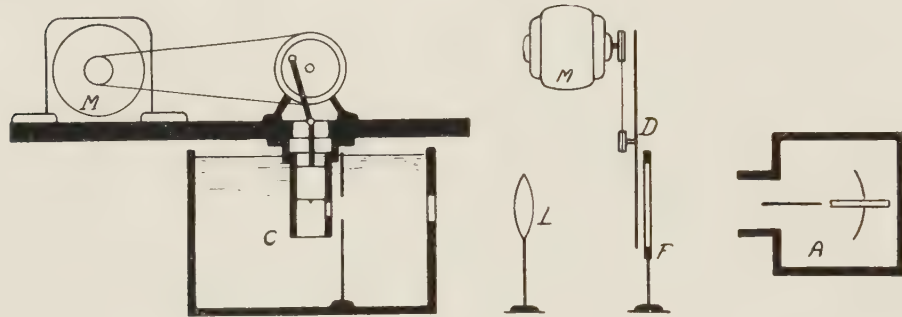


FIG. 5. — Dispositif utilisé pour la comparaison du mouvement d'un piston et de particules voisines.

de façon plus ou moins rapide. Sa course est de 6 mm. et le diamètre intérieur du cylindre de 2 cm. Le cylindre est solidement fixé, de façon à éviter toute vibration parasite pouvant provenir du mouve-

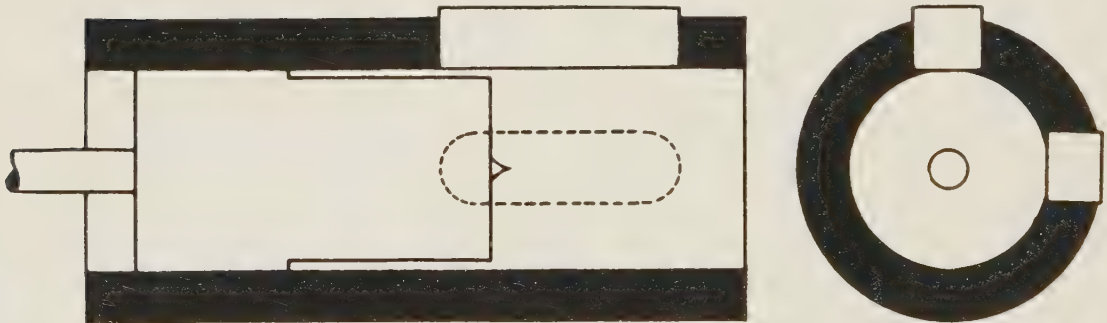


FIG. 6. — Détails du cylindre et du piston.

ment du piston (*fig. 5*). Il est muni de deux glaces disposées dans deux plans faisant un angle de  $90^\circ$ . L'une d'elles sert à l'éclairage du liquide à l'intérieur du cylindre, l'autre sert de regard et permet de photographier (*fig. 6*).

Une pointe très fine, située au centre de la base du piston, permet d'enregistrer la course de ce dernier. Afin que dans son mouvement

le piston ne puisse détruire la couche de vernis noir, qui enduit l'intérieur du cylindre dans le but d'empêcher toute lumière parasite provenant de la réflexion sur les parois d'impressionner la plaque, le diamètre de la partie inférieure de ce piston est ramené à  $19^{\text{mm}}4$ , sur une hauteur de 15 mm. On a ainsi un jeu de  $3/10$  de mm. entre le cylindre et le piston. Une fente très fine, inférieure à 1 mm., sert de diaphragme devant la fenêtre d'éclairage. Elle est placée de telle sorte que le plan médian dans lequel se déplace la pointe du piston soit seul éclairé. La plaque photographique est montée sur un chariot pouvant

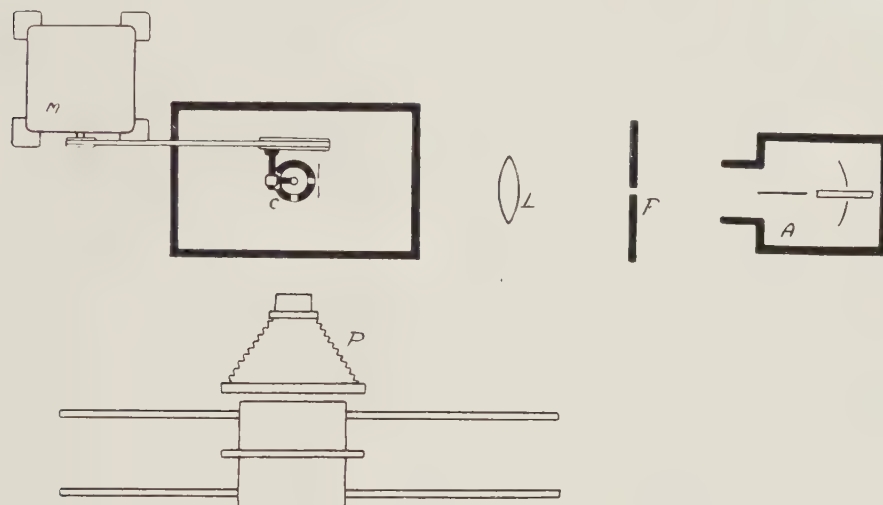


FIG. 7. — Dispositif utilisé pour la comparaison de mouvement d'un piston et de particules voisines. Vue en plan.

se déplacer sur un système de rails parfaitement dressés; l'objectif est fixe (*fig. 7*). Du fait du déplacement du chariot, le mouvement alternatif de l'index du piston est inscrit sur la plaque sous forme d'une courbe périodique, dont l'amplitude peut être facilement mesurée.

La figure 8 montre trois des clichés obtenus. On voit immédiatement que l'amplitude du mouvement du piston correspond exactement à l'amplitude de l'oscillation des particules, lorsque les axes des deux inscriptions sont parallèles. Cependant, l'axe de la courbe tracée par une particule d'aluminium présente presque toujours une certaine inclinaison vis-à-vis de l'axe de la courbe inscrite par le cylindre et cela par suite de mouvements de circulation existant à l'intérieur de ce dernier.

Si nous supposons à l'instant initial l'image de la particule en O sur la plaque photographique (*fig. 9*), si le vecteur OP représente la longueur de la course du piston et OB la trajectoire qu'aurait décrite

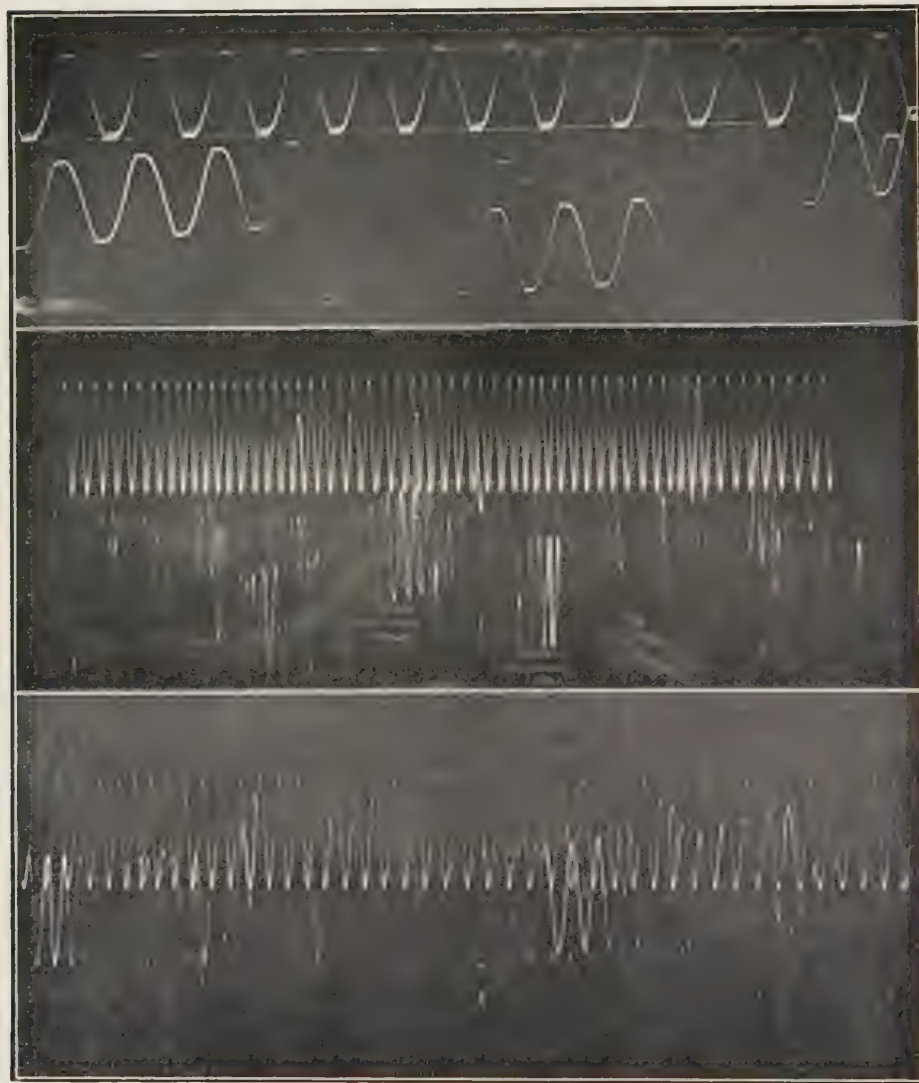


FIG. 8. — Clichés permettant la comparaison de l'amplitude du mouvement de l'index du piston (courbe continue) et des particules voisines.

la particule, non soumise à l'action du piston, pendant la durée d'une demi-période du mouvement, la trajectoire réelle sera représentée par  $OB'$ , avec  $BB' = OP$ .

L'inscription de cette trajectoire sur la plaque sera différente de



### III. — Mesure de la fréquence des tourbillons.

On peut déterminer la fréquence des tourbillons alternés par plusieurs méthodes. La plus simple consiste à *mesurer par observation directe* l'intervalle de temps  $t$  nécessaire à la formation de  $n$  tourbillons consécutifs d'un même côté du cylindre. Cela est facile grâce aux particules d'aluminium qui permettent de suivre l'apparition de

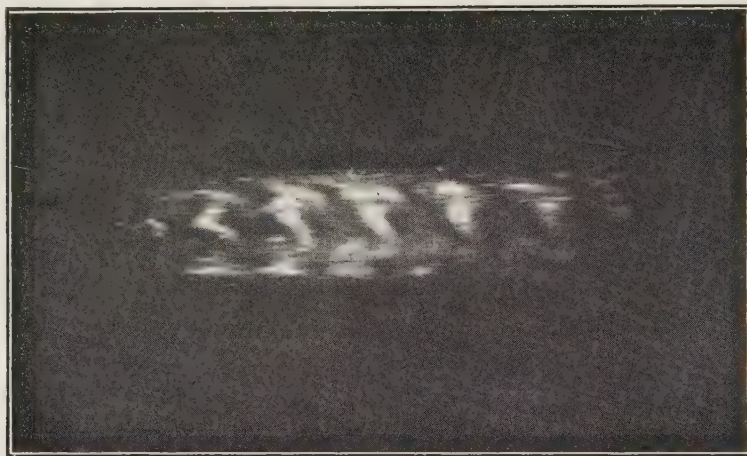


FIG. 10. — Franges lumineuses dans le sillage d'un obstacle.  
(Cliché n° 4 du 15 avril 1927.)

chaque tourbillon. Bien entendu, ce procédé n'est applicable que lorsque les périodes ont une durée supérieure à 0,4 ou 0,5 seconde. Pour des fréquences plus élevées il faut recourir à d'autres méthodes.

La *méthode des franges*<sup>1</sup> peut, dans certains ajutages, rendre de très grands services. Cette méthode consiste à immobiliser par stroboscopie une série de franges lumineuses qui apparaissent dans le sillage de l'obstacle, par suite de l'orientation commune de groupes de particules d'aluminium sous l'influence des tourbillons (*fig. 10*)<sup>2</sup>.

---

1. C. Camichel, *C. R. de l'Ac. des Sc.*, t. 184 (1927), p. 1509.

2. M. Bénard, dans une autre partie du travail déjà cité sur les tourbillons cellulaires (a), a déjà employé des poudres lamellaires brillantes (aluminium, graphite) s'orientant parallèlement aux trajectoires liquides, pour révéler la

(a) *Ann. de Ch. et de Phys.*, loc. cit., p. 81.

Nous avons utilisé jusqu'à des fréquences de l'ordre de  $\frac{2}{100}$  de sec. la *méthode du fil*. Dans cette dernière, on fixe, au point milieu de la génératrice aval du cylindre immergé, un fil blanc de longueur convenable qui, ondulant sous l'influence de tourbillons alternés, permet par une méthode stroboscopique, de déterminer leur fréquence. Pour vérifier l'exactitude de ce nouveau procédé, nous l'avons appliqué à des périodes mesurables simultanément par observation directe. Des résultats concordants ont été obtenus.

La figure 11 montre l'aspect du fil non stroboscopé et celui du fil examiné à travers le disque du stroboscope.



FIG. 11.

Aspect du fil non stroboscopé.    Aspect du fil examiné à travers  
le disque du stroboscope.

La *méthode des tiges vibrantes*, basée sur la résonance d'une tige encastrée ou d'un fil tendu sous l'influence des tourbillons alternés, peut dans certains cas servir à mesurer leur fréquence. Cependant il convient de faire toute réserve sur son emploi, car, comme nous le verrons ultérieurement, elle peut conduire à des résultats tout à fait erronés.

Toutes ces méthodes ne permettent de déterminer que la fréquence *moyenne* des tourbillons alternés, car l'observation montre, en effet, que cette fréquence n'est pas rigoureusement constante : elle oscille d'une façon plus ou moins régulière autour d'une valeur bien définie. M. Henri BÉNARD a d'ailleurs signalé ces fluctuations, et sa méthode de mesure permet de décéler leur ordre de grandeur.

---

forme de ces dernières, en faisant réfléchir la lumière sur les parties horizontales de ces trajectoires. On sait que Terada et ses collaborateurs, à Tokio, ont fait plus récemment un emploi analogue de la même méthode, toujours avec de la poudre d'aluminium.

Si l'on désigne en effet par  $V$  la vitesse relative du liquide et de l'obstacle, par  $v$  la vitesse propre du système tourbillonnaire dirigé vers l'obstacle, et par  $e$  la distance séparant deux tourbillons de même sens (voir *fig. 1*), la période  $T$  a pour expression

$$T = \frac{e}{V - v}.$$

La méthode cinématographique permet de déterminer avec précision les grandeurs de  $v$  et de  $e$ . Comme la vitesse de translation du chariot est elle-même facilement mesurable, on possède toutes les

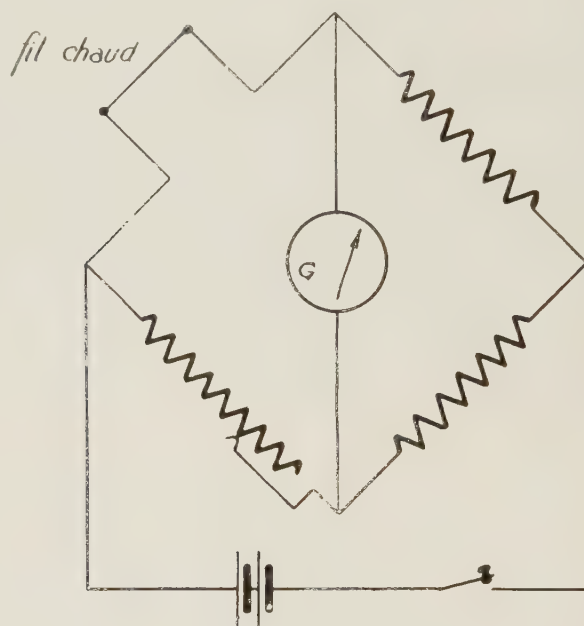


FIG. 12. — Pont de Wheastone utilisé dans l'emploi de la méthode du fil chaud pour la mesure de la fréquence des tourbillons.

données pour calculer les différentes valeurs de  $T$ . Malheureusement, comme le dit M. BÉNARD lui-même, l'étroitesse du champ cinématographié ne permet l'étude que d'un très petit nombre de tourbillons consécutifs d'une même file, et de ce fait la méthode optique présente certaines difficultés pour la détermination de la période moyenne.

Nous avons songé, en collaboration avec M. CRAUSSE, à mesurer la fréquence des tourbillons par un procédé analogue à celui utilisé

pour la détermination de la vitesse de l'eau ou de l'air<sup>1</sup>. Ce procédé consiste à disposer en un point convenable du sillage de l'obstacle

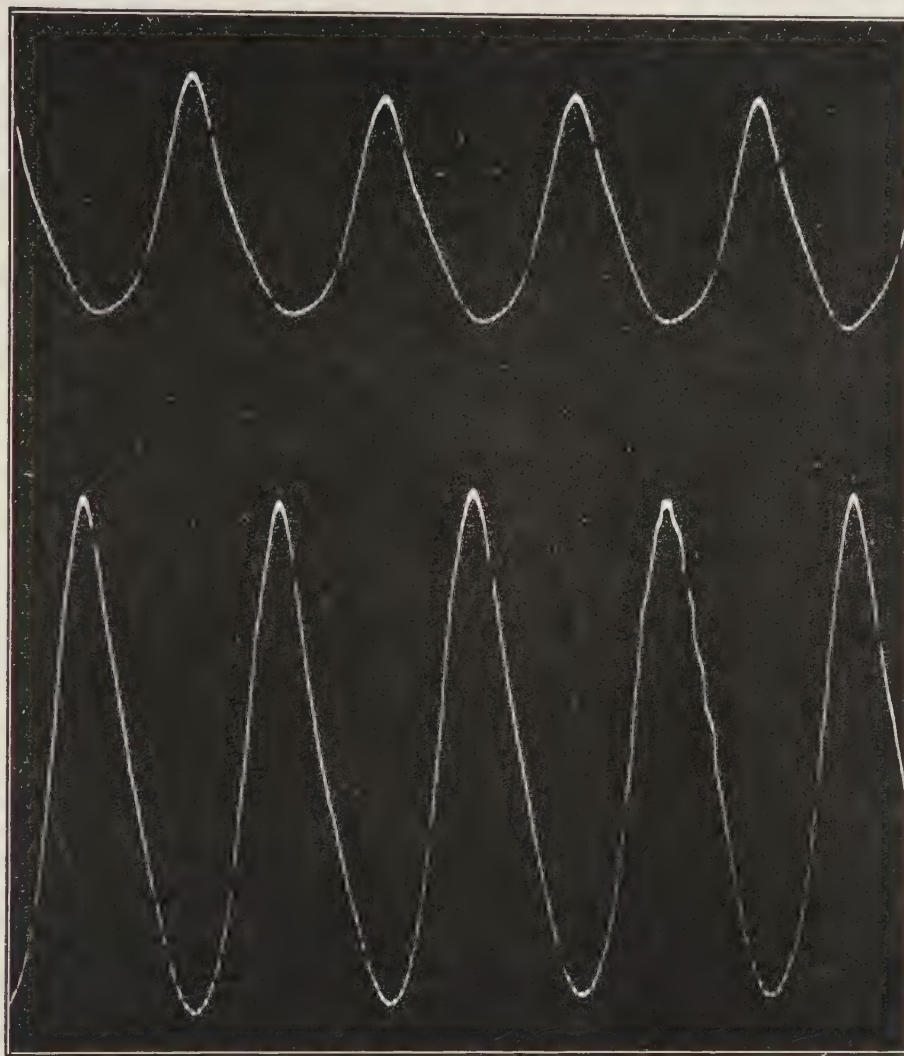


FIG. 13. — Graphiques obtenus par la méthode du fil chaud pour la mesure de la fréquence des tourbillons (les coupures permettent la mesure du temps).

un fil fin et conducteur (de platine ou de fer par exemple) parcouru par un courant. Le refroidissement de ce fil étant fonction de la vitesse

---

1. La mesure électrique de la vitesse. (Del Nunzio B., *L'Elettrotecnica*, t. 13, 1926, p. 837.)

Anémomètre à fil chaud. (Zobel K., *Phys. Rev.*, t. 25, 1925, p. 901.)

Deux viscosimètres à fil chaud. (E. G. Richardson, *Journal of the Scientific*

du liquide et cette vitesse étant elle-même fonction au point considéré de la fréquence des tourbillons alternés, il en est de même de la résistance du fil. Il suffit de disposer ce dernier sur l'un des bras d'un pont de Wheastone (*fig. 12*) pour que le galvanomètre à miroir permette d'enregistrer photographiquement l'intervalle de temps séparant la formation de deux tourbillons consécutifs, et cela pour un nombre quelconque de tourbillons, l'enregistrement n'étant limité que par la longueur du film. La figure 13 montre deux graphiques obtenus par cette méthode.

Nous espérons, grâce à ce procédé d'enregistrement, mettre en évidence, à l'aide d'un grand nombre d'inscriptions, l'influence de certains facteurs sur la variation de la fréquence des tourbillons et l'ordre de grandeur de cette variation.

Les tableaux I, II, III, IV, V et VI donnent les résultats que nous avons obtenus, sur des cylindres de différents diamètres, par la méthode d'observation directe. Les deux dernières colonnes de ces tableaux permettent de tracer, pour l'eau à 15°, les courbes  $T=f(V)$  correspondantes, en admettant que la loi de similitude dynamique s'applique aux phénomènes des tourbillons alternés, ce que nous allons vérifier par la suite<sup>1</sup>.

---

*Instruments*, vol. VI, n° 11, nov. 1929, et E. G. Richardson et E. Tyler, *Proc. Phys. Soc.*, 16 déc. 1929.)

Appareils à fil chaud pour la détermination de la vitesse et de la direction instantanée d'un courant d'air. (Huguenard, *Bull. Soc. Franç. de Phys.*, 1924, p. 121.)

Anémomètre à fil chaud pour la mesure du courant d'air à travers les radiateurs des moteurs d'aviation. (Zobel et Carroll, *Bur. Stand. tech. Pap.* 19 [1925], p. 287.)

1. Ces résultats ont déjà été publiés en 1928, dans les publications de l'Institut Électrotechnique et de Mécanique appliquée de l'Université de Toulouse, sous le titre : *Les tourbillons alternés et les régimes d'écoulement autour d'un obstacle*, par MM. P. Dupin et M. Teissié-Solier (Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, éditeurs).

TABLEAU I.

Obstacle de 2<sup>mm</sup>,01.

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>sec. | Température<br>θ<br>en degrés C. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\eta}{\rho}$<br>en C.G.S. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>$R = \frac{VD}{\nu}$ | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>$S = \frac{D}{VT}$ | Température 15° C.       |                         |
|--------------------------|----------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
|                          |                      |                                  |                                                     |                                                  |                                                   | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. |
| 2,64                     | 0,634                | 18,10                            | 0,01045                                             | 50,8                                             | 0,1200                                            | 2,84                     | 0,590                   |
| 3,00                     | 0,544                | 15,85                            | 0,01104                                             | 54,6                                             | 0,1235                                            | 3,06                     | 0,534                   |
| 2,99                     | 0,520                | 19,50                            | 0,01012                                             | 59,4                                             | 0,1292                                            | 3,32                     | 0,468                   |
| 3,30                     | 0,480                | 15,90                            | 0,01103                                             | 60,0                                             | 0,1270                                            | 3,36                     | 0,470                   |
| 3,26                     | 0,466                | 19,50                            | 0,01012                                             | 64,6                                             | 0,1320                                            | 3,62                     | 0,419                   |
| 3,60                     | 0,422                | 15,90                            | 0,01103                                             | 65,6                                             | 0,1320                                            | 3,67                     | 0,414                   |
| 3,61                     | 0,405                | 18,10                            | 0,01045                                             | 69,4                                             | 0,1372                                            | 3,89                     | 0,376                   |

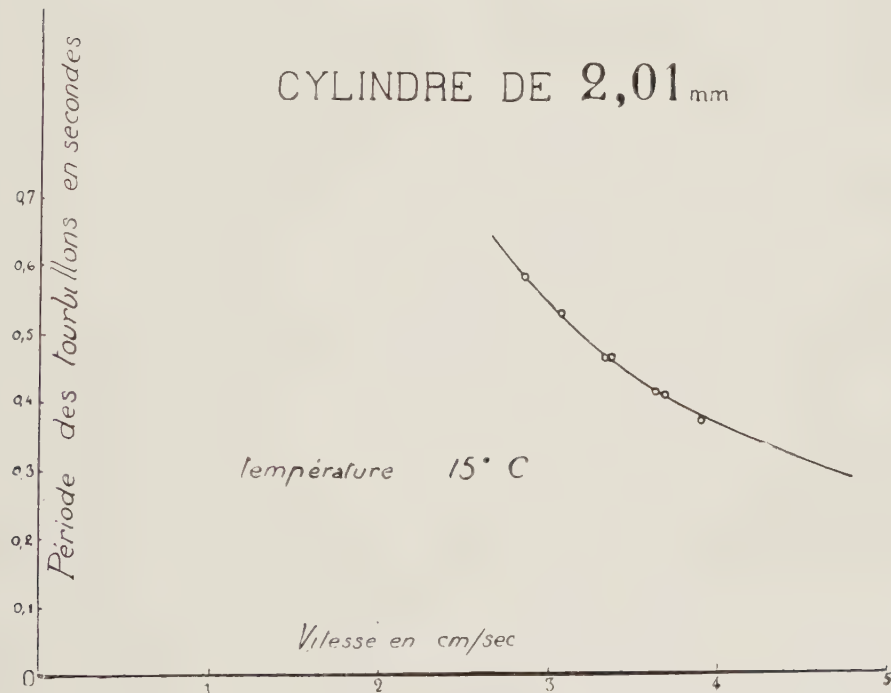


FIG. 14. — Variation de la période des tourbillons alternés en fonction de la vitesse pour un cylindre de 2<sup>mm</sup>,01.

TABLEAU II.

Obstacle de 2<sup>mm</sup>,90.

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>sec. | Température<br>θ<br>en degrés C. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\mu}{\rho}$<br>en C.G.S. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>$R = \frac{VD}{\nu}$ | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>$S = \frac{D}{VT}$ | Température 15° C.       |                         |
|--------------------------|----------------------|----------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
|                          |                      |                                  |                                                    |                                                  |                                                   | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. |
| 2,02                     | 1,140                | 19,90                            | 0,01002                                            | 58,6                                             | 0,1255                                            | 2,27                     | 1,015                   |
| 2,24                     | 0,966                | 19,20                            | 0,01019                                            | 63,9                                             | 0,1333                                            | 2,48                     | 0,874                   |
| 2,91                     | 0,710                | 15,85                            | 0,01104                                            | 76,5                                             | 0,1400                                            | 2,97                     | 0,696                   |
| 3,24                     | 0,614                | 19,20                            | 0,01019                                            | 92,5                                             | 0,1460                                            | 3,59                     | 0,555                   |
| 3,71                     | 0,520                | 15,85                            | 0,01104                                            | 97,4                                             | 0,1500                                            | 3,78                     | 0,510                   |
| 3,47                     | 0,546                | 19,90                            | 0,01002                                            | 100,3                                            | 0,1528                                            | 3,90                     | 0,486                   |

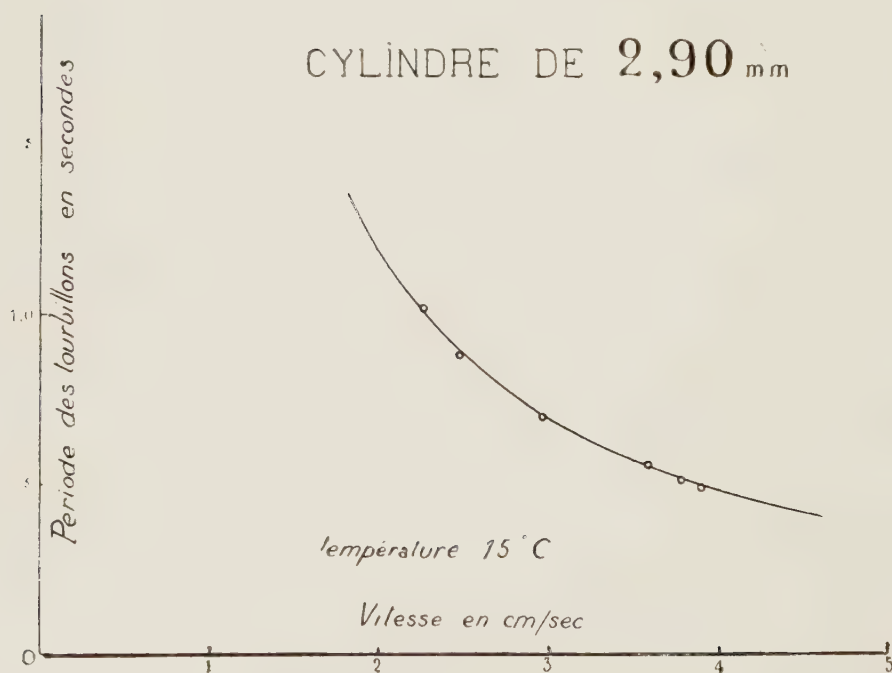


FIG. 15. — Variation de la période des tourbillons alternés en fonction de la vitesse pour un cylindre de 2<sup>mm</sup> 90.

TABLEAU III.

Obstacle de 3<sup>mm</sup>,85.

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>sec. | Température<br>θ<br>en degrés C. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\mu}{\rho}$<br>en C.G.S. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>$R = \frac{VD}{\nu}$ | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>$S = \frac{D}{VT}$ | Température 15° C.       |                         |
|--------------------------|----------------------|----------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
|                          |                      |                                  |                                                    |                                                  |                                                   | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. |
| 1,56                     | 2,00                 | 18,15                            | 0,01044                                            | 56,1                                             | 0,1230                                            | 1,69                     | 1,85                    |
| 1,77                     | 1,64                 | 18,95                            | 0,01025                                            | 66,5                                             | 0,1325                                            | 1,94                     | 1,49                    |
| 1,95                     | 1,44                 | »                                | »                                                  | 71,9                                             | 0,1370                                            | 2,14                     | 1,31                    |
| 2,38                     | 1,10                 | »                                | »                                                  | 89,4                                             | 0,1470                                            | 2,61                     | 1,00                    |
| 2,42                     | 1,08                 | »                                | »                                                  | 91,0                                             | 0,1470                                            | 2,66                     | 0,984                   |
| 2,55                     | 1,03                 | »                                | »                                                  | 95,6                                             | 0,1465                                            | 2,80                     | 0,937                   |
| 2,80                     | 0,915                | »                                | »                                                  | 105,0                                            | 0,1510                                            | 3,07                     | 0,834                   |
| 3,07                     | 0,814                | 18,15                            | 0,01044                                            | 113,0                                            | 0,1540                                            | 3,31                     | 0,755                   |
| 3,54                     | 0,680                | 18,95                            | 0,01025                                            | 133,0                                            | 0,1600                                            | 3,89                     | 0,619                   |
| 4,16                     | 0,564                | 18,15                            | 0,01044                                            | 153,8                                            | 0,1640                                            | 4,49                     | 0,523                   |
| 3,96                     | 0,630                | 7,90                             | 0,01380                                            | 110,3                                            | 0,1540                                            | 3,23                     | 0,771                   |
| 3,13                     | 0,846                | 7,90                             | 5,01380                                            | 90,7                                             | 0,1454                                            | 2,56                     | 1,036                   |

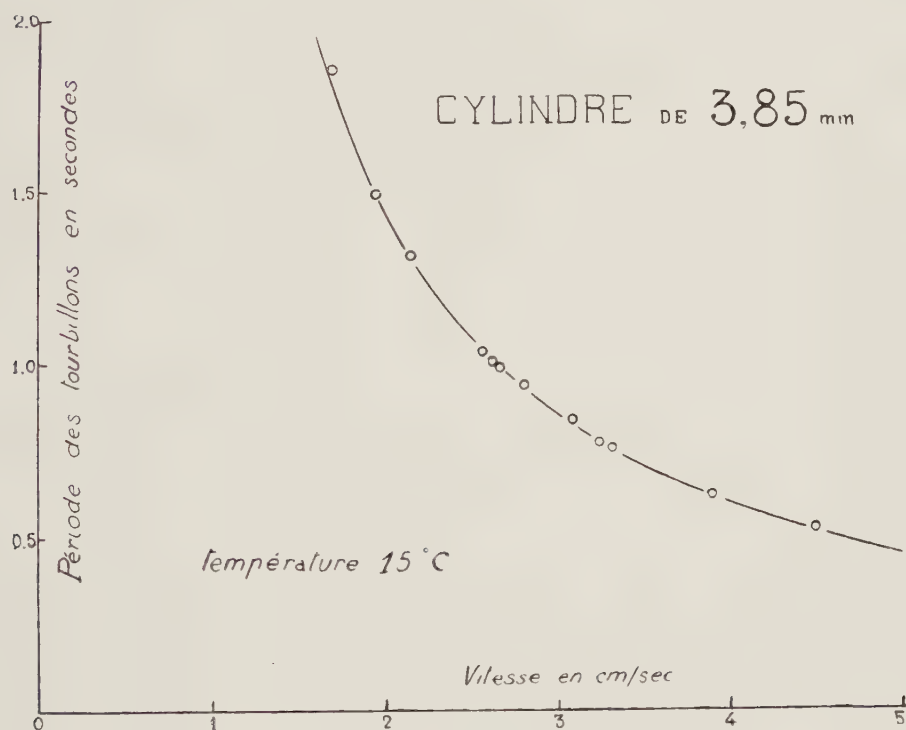


FIG. 16. — Variation de la période des tourbillons alternés en fonction de la vitesse pour un cylindre de 3<sup>mm</sup>,85.

TABLEAU IV.

Obstacle de 6<sup>mm</sup>.00.

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>sec. | Température<br>θ<br>en degrés C. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\mu}{\rho}$<br>en C.G.S. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>$R = \frac{VD}{\nu}$ | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>$S = \frac{D}{VT}$ | Température 15° C.       |                         |
|--------------------------|----------------------|----------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
|                          |                      |                                  |                                                    |                                                  |                                                   | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. |
| 1,52                     | 2,73                 | 15,65                            | 0,01112                                            | 81,9                                             | 0,1445                                            | 1,54                     | 2,70                    |
| 1,85                     | 2,20                 | »                                | »                                                  | 100,0                                            | 0,1474                                            | 1,87                     | 2,18                    |
| 2,01                     | 1,94                 | 18,20                            | 0,01043                                            | 115,3                                            | 0,1538                                            | 2,16                     | 1,80                    |
| 2,45                     | 1,50                 | 15,85                            | 0,01104                                            | 133,1                                            | 0,1620                                            | 2,50                     | 1,47                    |
| 2,91                     | 1,22                 | »                                | »                                                  | 158,0                                            | 0,1680                                            | 2,97                     | 1,20                    |
| 3,26                     | 1,04                 | 18,30                            | 0,01040                                            | 188,0                                            | 0,1764                                            | 3,54                     | 0,963                   |
| 3,39                     | 1,02                 | 18,55                            | 0,01035                                            | 196,5                                            | 0,1740                                            | 3,69                     | 0,936                   |
| 3,82                     | 0,873                | 18,30                            | 0,01040                                            | 220,1                                            | 0,1800                                            | 4,14                     | 0,806                   |
| 4,10                     | 0,821                | 18,40                            | 0,01038                                            | 237,4                                            | 0,1806                                            | 4,45                     | 0,756                   |
| 4,75                     | 0,684                | »                                | »                                                  | 275,0                                            | 0,1848                                            | 5,15                     | 0,630                   |
| 5,09                     | 0,631                | »                                | »                                                  | 293,9                                            | 0,1868                                            | 5,52                     | 0,582                   |
| 5,74                     | 0,563                | 18,55                            | 0,01035                                            | 333,0                                            | 0,1843                                            | 6,25                     | 0,522                   |

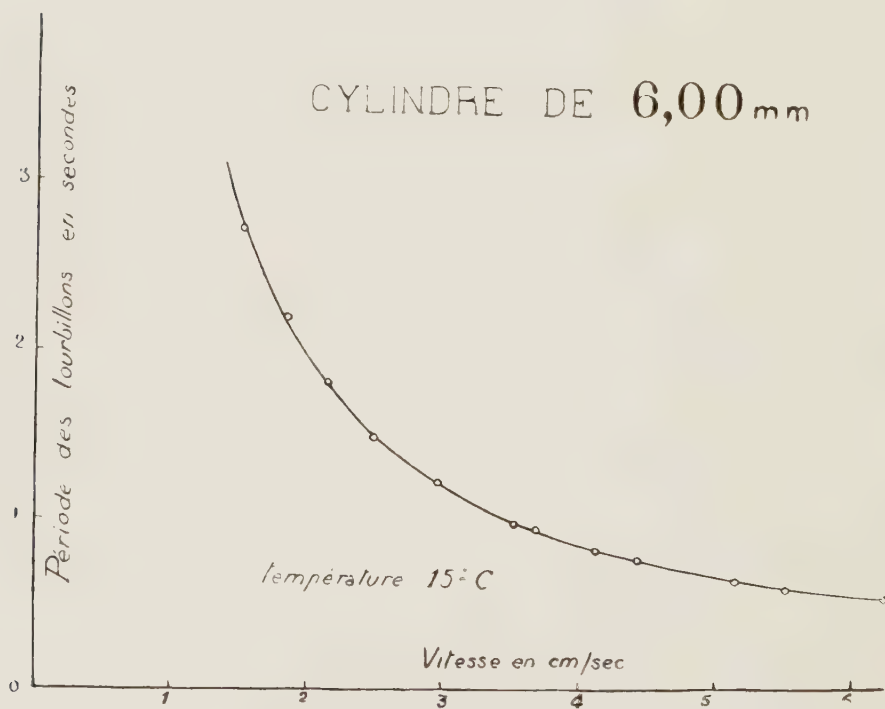


FIG. 17. — Variation de la période des tourbillons alternés en fonction de la vitesse pour un cylindre de 6<sup>mm</sup>.

TABLEAU V.

Obstacle de 8<sup>mm</sup>,00.

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>sec. | Température<br>θ<br>en degrés C. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\mu}{\rho}$<br>en C.G.S. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>$R = \frac{VD}{\nu}$ | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>$S = \frac{D}{VT}$ | Température 15° C.       |                         |
|--------------------------|----------------------|----------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
|                          |                      |                                  |                                                    |                                                  |                                                   | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. |
| 1,74                     | 2,80                 | 19,80                            | 0,01005                                            | 138,7                                            | 0,1635                                            | 1,95                     | 2,50                    |
| 1,96                     | 2,44                 | 17,75                            | 0,01054                                            | 149,5                                            | 0,1665                                            | 2,10                     | 2,28                    |
| 2,15                     | 2,15                 | 19,80                            | 0,01005                                            | 171,2                                            | 0,1728                                            | 2,41                     | 1,92                    |
| 2,48                     | 1,85                 | 17,75                            | 0,01054                                            | 188,0                                            | 0,1740                                            | 2,65                     | 1,73                    |
| 3,06                     | 1,44                 | 17,75                            | »                                                  | 232,0                                            | 0,1810                                            | 3,27                     | 1,35                    |
| 3,76                     | 1,16                 | 17,25                            | 0,01067                                            | 282,0                                            | 0,1840                                            | 3,97                     | 1,10                    |
| 4,62                     | 0,93                 | 15,70                            | 0,01108                                            | 334,1                                            | 0,1855                                            | 4,70                     | 0,917                   |
| 5,77                     | 0,74                 | 15,70                            | »                                                  | 417,0                                            | 0,1880                                            | 5,88                     | 0,724                   |

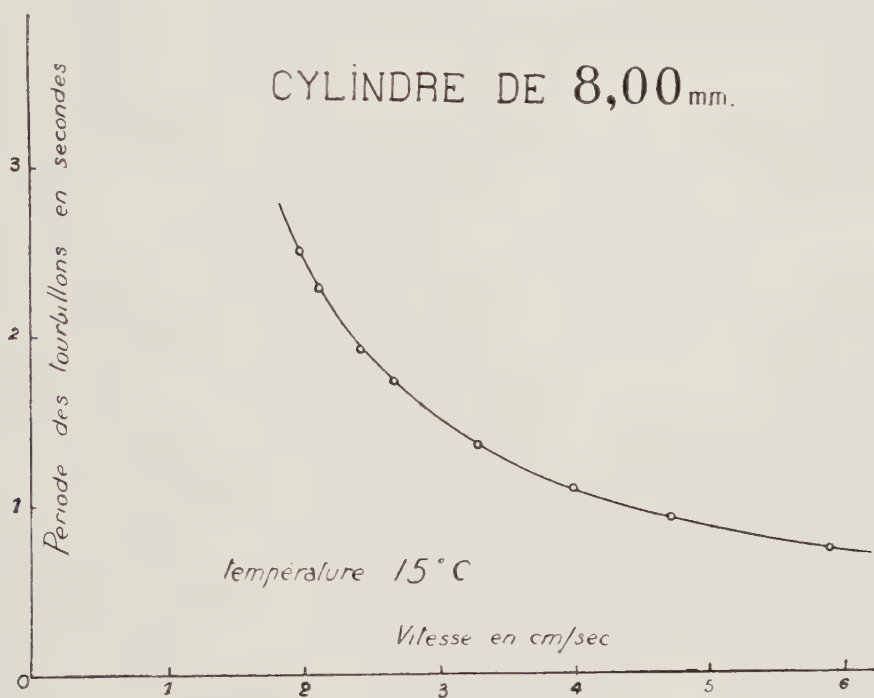


FIG. 18. — Variation de la période des tourbillons alternés en fonction de la vitesse pour un cylindre de 8<sup>mm</sup>.

TABLEAU VI.

*Obstacle de 11<sup>mm</sup>,90.*

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>sec. | Température<br>$\theta$<br>en degrés C. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\eta}{\rho}$<br>en C.G.S. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>$R = \frac{VD}{\nu}$ | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>$S = \frac{D}{VT}$ |
|--------------------------|----------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 0,99                     | 7,78                 | 18,55                                   | 0,01035                                             | 113,9                                            | 0,1548                                            |
| 1,22                     | 6,02                 | 18,55                                   | 0,01035                                             | 140,4                                            | 0,1620                                            |
| 3,00                     | 2,14                 | 19,30                                   | 0,01017                                             | 352,0                                            | 0,1850                                            |
| 3,62                     | 1,76                 | 19,30                                   | 0,01017                                             | 424,0                                            | 0,1870                                            |

#### IV. — Similitude<sup>1</sup>.

Si nous désignons par  $D$  le diamètre de l'obstacle, par  $V$  la vitesse du fluide, par  $T$  la période des tourbillons alternés et par  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  le quotient cinématique de viscosité du fluide, le quotient  $\frac{D}{VT} = S$  est uniquement fonction du nombre de Reynolds  $R = \frac{VD}{\nu}$  si la loi de similitude dynamique s'applique. Autrement dit, le nombre  $S$ , dénommé par M. Henri BÉNARD paramètre de STROUHAL, doit conserver une valeur unique quels que soient le diamètre de l'obstacle et la viscosité du liquide pour un nombre de Reynolds  $R$  déterminé.

Cette condition est vérifiée par nos résultats expérimentaux, comme l'on peut s'en rendre compte par la courbe figure 19, que nous désignerons sous le nom de courbe de STROUHAL<sup>2</sup>. Par suite, la loi de similitude dynamique s'applique bien au phénomène des tourbillons alternés.

La méthode du fil, précédemment décrite, nous a permis de prolonger la courbe de STROUHAL jusqu'à un nombre de REYNOLDS voisin de 20.000<sup>3</sup>. Bien que cette méthode soit moins précise que la méthode de mesure par observation directe, elle montre cependant nettement (*tableau VII* et *fig. 20*) qu'entre 1.500 et 20.000 le paramètre de STROUHAL  $S$  conserve une valeur sensiblement constante et voisine de 0,200.

---

1. Pour l'étude des lois de similitude se rapporter à la thèse de M. Léo Escande : *Étude théorique et expérimentale sur la similitude des fluides incompressibles pesants* (R. G. E., éditeurs, 12, place Laborde, Paris (8<sup>e</sup>), 1929).

2. Nous avons adopté le nom de courbes de STROUHAL, pour désigner les courbes ayant comme ordonnées les deux paramètres sans dimension  $R$  et  $S$ , dans le but de simplifier le langage; mais il est bien entendu que STROUHAL, qui n'a étudié, en 1878, que la hauteur apparente des sons musicaux rendus par un bâton déplacé rapidement dans l'air, ne s'est pas occupé du principe de similitude non plus que des tourbillons alternés qu'il ignorait.

3. *C. R. de l'Ac. des Sciences*, t. 190, p. 920, 1930.

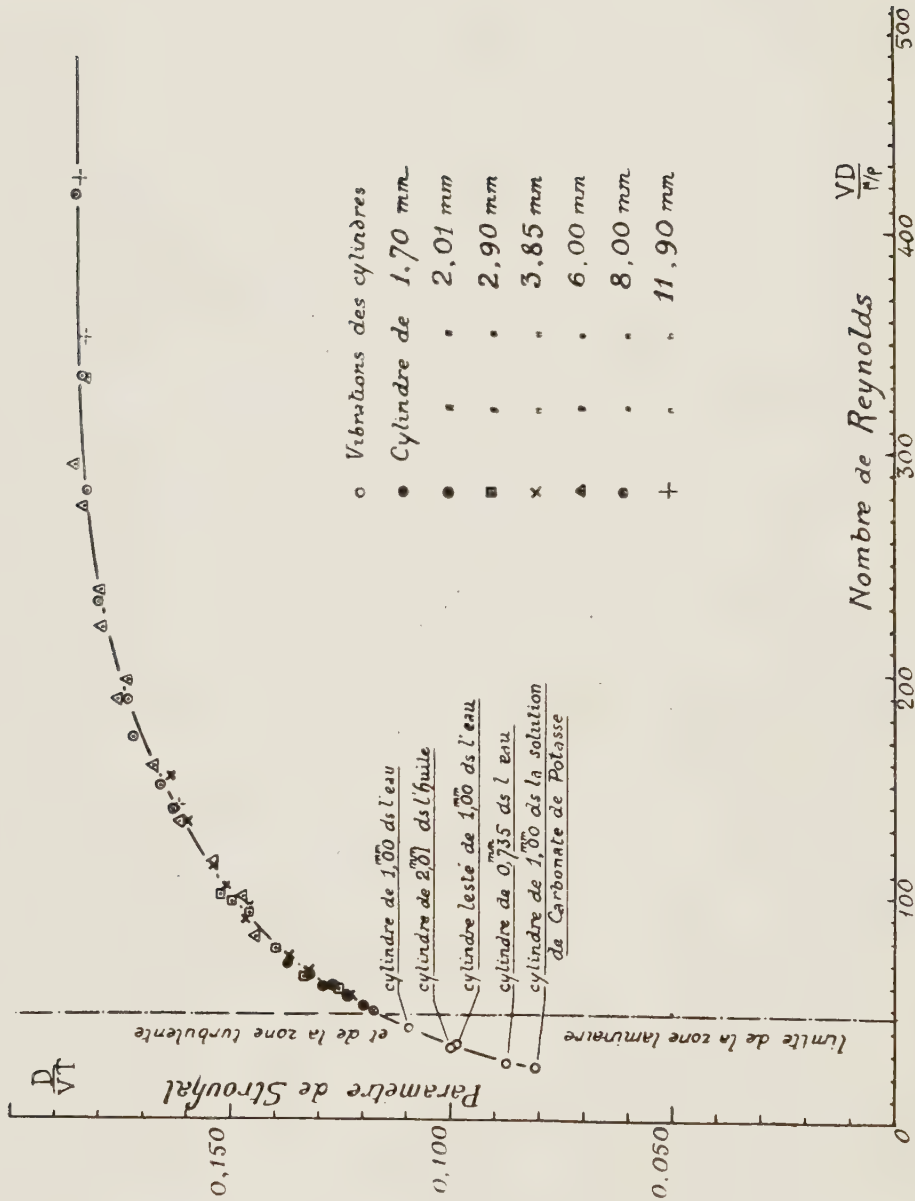


Fig. 19. — Variation de la quantité  $S = \frac{D}{V_T \nu}$  en fonction du nombre de Reynolds  $R = \frac{VD \rho}{\mu}$ .

Points expérimentaux.

KÁRMÁN, qui dans son mémoire donne le rapport  $\frac{h}{e}$ , de la largeur  $h$  de la rue des tourbillons à l'équidistance  $e$ , comme une constante indépendante de la vitesse  $V$  et du diamètre  $D$  de l'obstacle

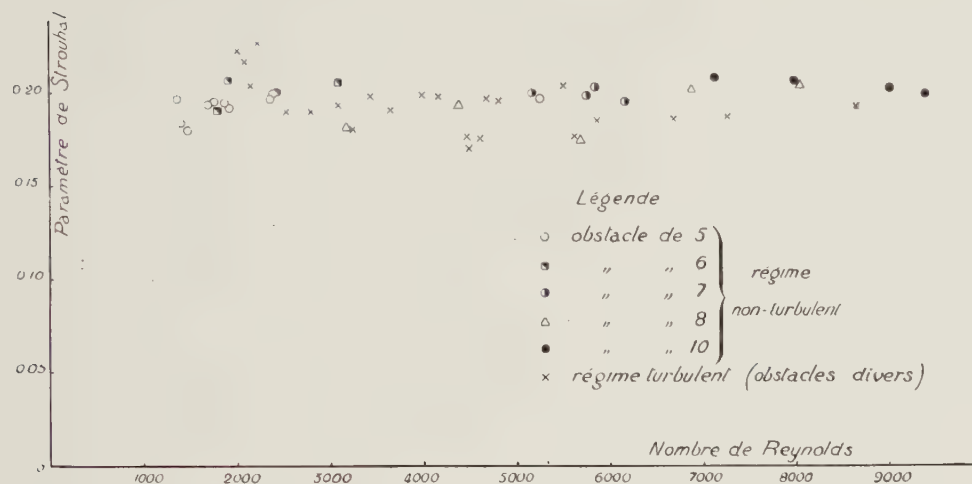


FIG. 20. — Points expérimentaux obtenus pour des nombres de Reynolds compris entre 1.500 et 10.000.

(voir *fig. 2*), qui lie l'équidistance  $e$  au diamètre  $D$  et la vitesse propre  $v$  du système tourbillonnaire à la vitesse  $V$  par les relations

$$e = bD \quad v = aV$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes, conclut que le paramètre de STROUHAL

est une quantité invariable :  $\frac{D}{VT} = \frac{1-a}{b}$ .

La théorie de KÁRMÁN se trouve donc être en défaut pour la première portion de la courbe de STROUHAL.

TABLEAU VII.

| Diamètre<br>de l'obstacle<br>en mm. | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. | Température<br>en<br>degrés C. | Viscosité<br>$\nu$<br>en C. G. S. | Nombre<br>de<br>Reynolds. | Paramètre<br>de<br>Strouhal. |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| 5                                   | 34,0                     | 0,0800                  | 12,4                           | 0,012055                          | 1413                      | 0,184                        |
| »                                   | 35,5                     | 0,0784                  | 12,5                           | 0,012025                          | 1475                      | 0,1795                       |
| »                                   | 40,5                     | 0,0634                  | 12,7                           | 0,011965                          | 1695                      | 0,1945                       |
| »                                   | 43,0                     | 0,0597                  | 12,0                           | 0,012175                          | 1765                      | 0,1955                       |
| »                                   | 44,0                     | 0,0583                  | 12,8                           | 0,011935                          | 1885                      | 0,195                        |
| »                                   | 45,8                     | 0,0566                  | 12,9                           | 0,011905                          | 1930                      | 0,1925                       |
| »                                   | 55,7                     | 0,0455                  | 13,3                           | 0,011785                          | 2370                      | 0,197                        |
| »                                   | 56,6                     | 0,0441                  | »                              | »                                 | 2405                      | 0,200                        |
| 6                                   | 44,3                     | 0,0695                  | 4,9                            | 0,01500                           | 1805                      | 0,191                        |
| »                                   | 47,8                     | 0,0605                  | 5,0                            | 0,01499                           | 1915                      | 0,207                        |
| »                                   | 78,2                     | 0,0381                  | 10,0                           | 0,01292                           | 2442                      | 0,201                        |
| »                                   | 77,7                     | 0,0380                  | 5,0                            | 0,01499                           | 3104                      | 0,206                        |
| 7                                   | 95,6                     | 0,0365                  | 10,0                           | 0,01292                           | 5190                      | 0,1998                       |
| »                                   | 106,5                    | 0,0333                  | »                              | »                                 | 5770                      | 0,1975                       |
| »                                   | 108,2                    | 0,0318                  | »                              | »                                 | 5860                      | 0,203                        |
| »                                   | 114,0                    | 0,0315                  | »                              | »                                 | 6180                      | 0,195                        |
| 8                                   | 70,6                     | 0,0586                  | 10,1                           | 0,01288                           | 4390                      | 0,1935                       |
| »                                   | 91,1                     | 0,0500                  | 10,2                           | 0,01284                           | 5700                      | 0,1755                       |
| »                                   | 105,0                    | 0,0502                  | 10,3                           | 0,01280                           | 6560                      | 0,152                        |
| »                                   | 111,8                    | 0,0355                  | 10,2                           | 0,01284                           | 6900                      | 0,202                        |
| »                                   | 129,0                    | 0,0303                  | 10,3                           | 0,01280                           | 8060                      | 0,2045                       |
| 10                                  | 89,2                     | 0,0528                  | 10,5                           | 0,01272                           | 7150                      | 0,208                        |
| »                                   | 100,0                    | 0,0476                  | »                              | »                                 | 8000                      | 0,206                        |
| »                                   | 118,0                    | 0,0419                  | »                              | »                                 | 9410                      | 0,1992                       |
| »                                   | 127,0                    | 0,0382                  | »                              | »                                 | 10180                     | 0,202                        |
| »                                   | 139,3                    | 0,0352                  | »                              | »                                 | 11150                     | 0,200                        |
| 11                                  | 69,0                     | 0,0790                  | 11,9                           | 0,01221                           | 6220                      | 0,202                        |
| »                                   | 91,0                     | 0,0646                  | »                              | »                                 | 8190                      | 0,187                        |
| »                                   | 110,0                    | 0,0575                  | »                              | »                                 | 9900                      | 0,174                        |
| »                                   | 119,0                    | 0,0495                  | 12,1                           | 0,012145                          | 10790                     | 0,1866                       |
| »                                   | 130,0                    | 0,0458                  | 11,9                           | 0,01221                           | 11700                     | 0,185                        |
| »                                   | 144,0                    | 0,0388                  | 12,1                           | 0,012145                          | 13040                     | 0,197                        |
| »                                   | 202,0                    | 0,0287                  | »                              | »                                 | 18300                     | 0,190                        |

Quelle est des quantités  $a$  et  $b$  celle qui varie et entraîne la diminution de ce paramètre pour les faibles nombres de REYNOLDS? Des quelques mesures que nous avons effectuées, il résulte que  $b$  décroît avec  $R$  mais très lentement, tandis que  $a$  croît au contraire rapidement lorsque  $R$  diminue. C'est donc principalement à la variation de cette quantité que l'on doit attribuer celle du paramètre de Strouhal.

Cette conclusion est d'ailleurs conforme à celle de M. BÉNARD sur cette question.

Puisque nous parlons de la théorie de KÁRMÁN, nous ferons remarquer, comme le montre M. H. VILLAT dans ses *Leçons sur la Théorie des tourbillons*<sup>1</sup>, que l'hypothèse à la base même de la recherche des conditions de stabilité de la rue des tourbillons alternés est dépourvue de toute signification physique. KÁRMÁN admet en effet que tous les tourbillons se déplacent avec la même vitesse à l'exception d'un *seul* qui est libre de quitter sa position initiale. L'étude de M. VILLAT, au contraire, part de l'hypothèse plus générale et tout à fait rationnelle que tous les tourbillons peuvent être déplacés de leur position initiale.

#### Similitude dans deux fluides visqueux<sup>2</sup>.

Bien que dans nos expériences sur l'eau le coefficient cinématique de viscosité ait varié de 0,0138 à 0,0100 par suite de l'influence de la température, nous avons tenu afin de mieux vérifier la loi de similitude dynamique à comparer la période des tourbillons dans deux liquides de viscosité nettement différente. A cet effet, nous avons fabriqué une solution sucrée de viscosité sensiblement égale à cinq fois celle de l'eau. Afin de pouvoir opérer sur de faibles quantités de liquide, nous avons placé suivant l'axe vertical d'un ajutage carré de 4 cm. de côté un cylindre de 3<sup>mm</sup>5 de diamètre et fait couler successivement autour de ce cylindre l'eau et la solution sucrée. Les tableaux VIII et IX donnent les divers résultats expérimentaux relatifs à l'écoulement de ces deux liquides. Ces tableaux permettent de tracer

les courbes  $(V_1, T_1)$  et  $\left(\frac{V_2}{k}, kT_2\right)$  avec  $k = \frac{\frac{\nu_1}{V_1}}{\frac{\nu_2}{V_2}}$ .

$T_1, V_1, \frac{\nu_1}{V_1} = 0,01235$  désignant la période des tourbillons, la vitesse et le coefficient cinématique de viscosité de l'eau à 11°5 et  $T_2, V_2, \frac{\nu_2}{V_2}$  les mêmes quantités pour la solution sucrée à la température  $\theta_2$ .

1. *Leçons sur les tourbillons*, par H. Villat (Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, éditeurs).

2. Note de M. Camichel, *C. R. de l'Ac. des Sciences*, t. 184, p. 1509, 1927.

TABLEAU VIII.

Similitude dans deux fluides visqueux<sup>(1)</sup> :

Eau.

| Température<br>$\eta$<br>en degrés C. | $\frac{\mu}{\rho}$<br>en C. G. S. | Vitesses<br>V<br>en cm/sec. | Périodes<br>T<br>en sec. | Points rapportés à 11°,5 C.              |                                       |
|---------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------------|------------------------------------------|---------------------------------------|
|                                       |                                   |                             |                          | Vitesses<br>V <sub>i</sub><br>en cm/sec. | Périodes<br>T <sub>i</sub><br>en sec. |
| 11,80                                 | 0,01221                           | 1,87                        | 1,067                    | 1,88                                     | 1,055                                 |
| »                                     | »                                 | 2,06                        | 0,984                    | 2,08                                     | 0,975                                 |
| »                                     | »                                 | 2,42                        | 0,850                    | 2,44                                     | 0,842                                 |
| 11,30                                 | 0,01242                           | 2,48                        | 0,826                    | 2,46                                     | 0,832                                 |
| 11,50                                 | 0,01235                           | 2,86                        | 0,716                    | 2,86                                     | 0,716                                 |
| 10,90                                 | 0,01256                           | 2,99                        | 0,660                    | 2,95                                     | 0,670                                 |
| 11,90                                 | 0,01221                           | 2,98                        | 0,700                    | 3,01                                     | 0,694                                 |
| 11,30                                 | 0,01242                           | 3,18                        | 0,628                    | 3,15                                     | 0,633                                 |
| 11,00                                 | 0,01252                           | 3,25                        | 0,610                    | 3,20                                     | 0,620                                 |
| 10,80                                 | 0,01260                           | 3,33                        | 0,603                    | 3,26                                     | 0,615                                 |
| 10,90                                 | 0,01256                           | 3,34                        | 0,588                    | 3,28                                     | 0,598                                 |
| »                                     | »                                 | 3,64                        | 0,544                    | 3,58                                     | 0,554                                 |
| 11,50                                 | 0,01235                           | 3,77                        | 0,505                    | 3,77                                     | 0,505                                 |
| »                                     | »                                 | 3,92                        | 0,488                    | 3,92                                     | 0,488                                 |
| 12,20                                 | 0,01211                           | 4,24                        | 0,460                    | 4,31                                     | 0,452                                 |
| 11,90                                 | 0,01221                           | 4,35                        | 0,442                    | 4,39                                     | 0,438                                 |
| 11,50                                 | 0,01235                           | 4,62                        | 0,424                    | 4,62                                     | 0,424                                 |

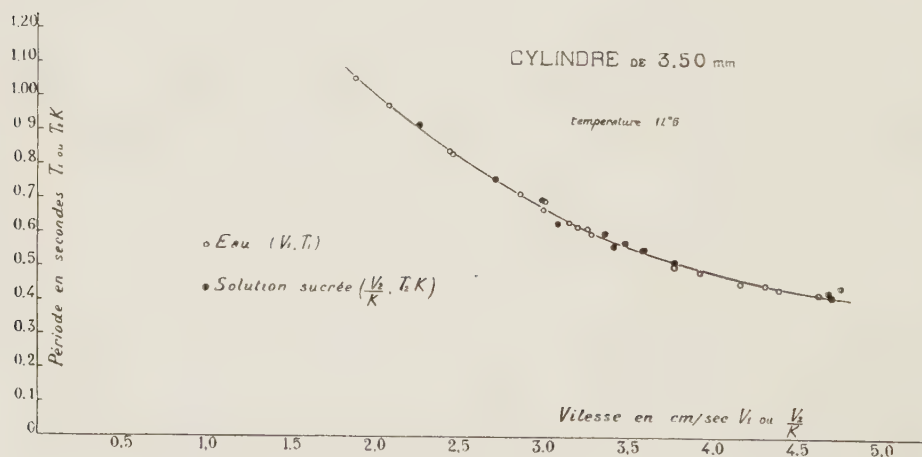


FIG. 21. — Similitude des périodes dans deux fluides visqueux : eau et solution sucrée. Obstacle de 3<sup>mm</sup> 50, ajutage carré de 4 cm. de côté.

<sup>(1)</sup> Les deux dernières colonnes sont déduites des résultats expérimentaux par application de la loi de similitude.

TABLEAU IX.

*Similitude dans deux fluides visqueux :*

*Solution sucrée.*

| Température<br>$\theta_2$<br>en degrés C. | $\frac{\eta_2}{\rho_2}$<br>en C. G. S. | Vitesses<br>$V_2$<br>en cm/sec. | Périodes<br>$T_2$<br>en sec. | Points rapportés à l'eau à 11°,5 |                       |
|-------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------|------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
|                                           |                                        |                                 |                              | $\frac{V_2}{K}$<br>cm/sec.       | $T_2 \cdot K$<br>sec. |
| 11,50                                     | 0,0655                                 | 11,8                            | 0,174                        | 2,23                             | 0,926                 |
| »                                         | »                                      | 14,2                            | 0,144                        | 2,68                             | 0,765                 |
| 12,00                                     | 0,0635                                 | 15,3                            | 0,136                        | 2,99                             | 0,700                 |
| 11,50                                     | 0,0655                                 | 16,3                            | 0,119                        | 3,07                             | 0,630                 |
| 11,90                                     | 0,0642                                 | 17,4                            | 0,116                        | 3,36                             | 0,604                 |
| 11,50                                     | 0,0655                                 | 18,1                            | 0,106                        | 3,41                             | 0,562                 |
| 11,90                                     | 0,0642                                 | 18,0                            | 0,111                        | 3,48                             | 0,577                 |
| 11,50                                     | 0,0655                                 | 19,0                            | 0,105                        | 3,59                             | 0,556                 |
| »                                         | »                                      | 20,0                            | 0,098                        | 3,77                             | 0,520                 |
| »                                         | »                                      | 24,5                            | 0,081                        | 4,62                             | 0,424                 |
| 12,00                                     | 0,0635                                 | 24,1                            | 0,084                        | 4,68                             | 0,443                 |
| »                                         | »                                      | 24,0                            | 0,081                        | 4,70                             | 0,417                 |

La figure 21 montre que ces deux courbes sont confondues, ce qui permet de conclure que la similitude de REYNOLDS s'applique bien à la période des tourbillons alternés dans le cas de liquides de viscosité différente.

V. — Influence de la valeur du rapport  $\frac{L}{D}$  de la longueur du cylindre à son diamètre, sur la fréquence des tourbillons alternés.

Afin de décélérer l'influence de la valeur du rapport  $\frac{L}{D}$ , de la longueur  $L$  au diamètre  $D$  du cylindre, sur la période des tourbillons alternés, nous avons mesuré dans des conditions identiques de vitesse et de viscosité les différentes valeurs de la période des tourbillons pour des cylindres de 6 mm. de diamètre ayant des longueurs comprises entre 30 et 5 cm.

L'ajutage ayant 30 cm. de diamètre, seul le cylindre de 30 cm. de long appuyait par ses extrémités aux parois ; les autres étaient placés symétriquement par rapport au plan médian horizontal de l'ajutage.

Pour des valeurs de  $\frac{L}{D}$  supérieures à 25, la période  $T$  reste sensiblement constante. Pour des valeurs inférieures de ce rapport, la période augmente au contraire notablement. Pour  $L = 17D$  par exemple,  $T$  a subi un accroissement de l'ordre de 20 %. Cet accroissement est d'ailleurs à peine supérieur pour  $L = 8D$ .

Afin de juger de l'influence des extrémités libres des obstacles, nous avons placé le cylindre de 6 mm. dans un ajutage de 8 cm. de diamètre, les extrémités du cylindre s'appuyant aux parois. Bien que le rapport  $\frac{L}{D}$  soit à peine égal à 13,3 la divergence observée entre les valeurs des périodes pour un tel cylindre et celles correspondant à un cylindre de longueur  $L > 25 D$  n'atteint, dans ce cas, que 10 % environ. Elle est donc bien moindre que lorsque les extrémités du cylindre sont éloignées des parois.

On voit donc qu'il est nécessaire, pour qu'on puisse assimiler un cylindre à un obstacle de longueur infinie que sa dimension longitudinale égale au minimum 25 fois son diamètre.

Ces conclusions présentent une importance capitale dans l'étude des mémoires publiés par différents auteurs sur les tourbillons alternés, principalement si l'on tient à comparer leurs résultats.

Dans la publication faite en collaboration avec M. TEISSIÉ-SOLIER sur ce sujet, nous avons signalé qu'il y avait peut-être lieu de rechercher là l'une des raisons permettant d'expliquer le fait que la similitude de REYNOLDS ne s'applique pas de façon parfaite aux résultats obtenus par M. BÉNARD dans ses remarquables recherches. M. BÉNARD a bien voulu prendre cette remarque en considération et dans une des notes aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, déjà mentionnée<sup>1</sup>, il examine les modifications qu'il doit faire subir, en conséquence, à ses divers résultats expérimentaux. Ces corrections augmentent la dispersion des points rapportés dans les plans des (R, S) par rapport à une courbe moyenne unique. On ne peut donc chercher dans la variation du rapport  $\frac{L}{D}$  l'explication de la divergence des résultats de M. BÉNARD avec la loi de similitude.

On doit d'ailleurs noter, abstraction faite des écarts dont il a été question, que la courbe moyenne  $S = f(R)$  de M. BÉNARD ne coïncide pas avec la nôtre. Elle la coupe en un point voisin de  $R = 400$ ,  $S = 0,195$ . Mais comme M. BÉNARD l'a fait remarquer, cela est tout à fait normal, les obstacles employés par lui ayant des formes très différentes des nôtres (cylindres dits en *lame de couteau*, c'est-à-dire à lames à faces parallèles, terminées par un biseau aigu à l'avant).

---

1. *C. R. de l'Ac. des Sciences*, t. 187, p. 1123, 1928, *loc. cit.*

---

## VI. — Variation d'amplitude de l'oscillation du sillage.

L'observation de l'oscillation du sillage sous l'action des tourbillons nous a permis de constater que son amplitude présentait parfois des maxima et des minima très accentués. Malheureusement le phénomène est la plupart du temps très irrégulier et se prête mal aux

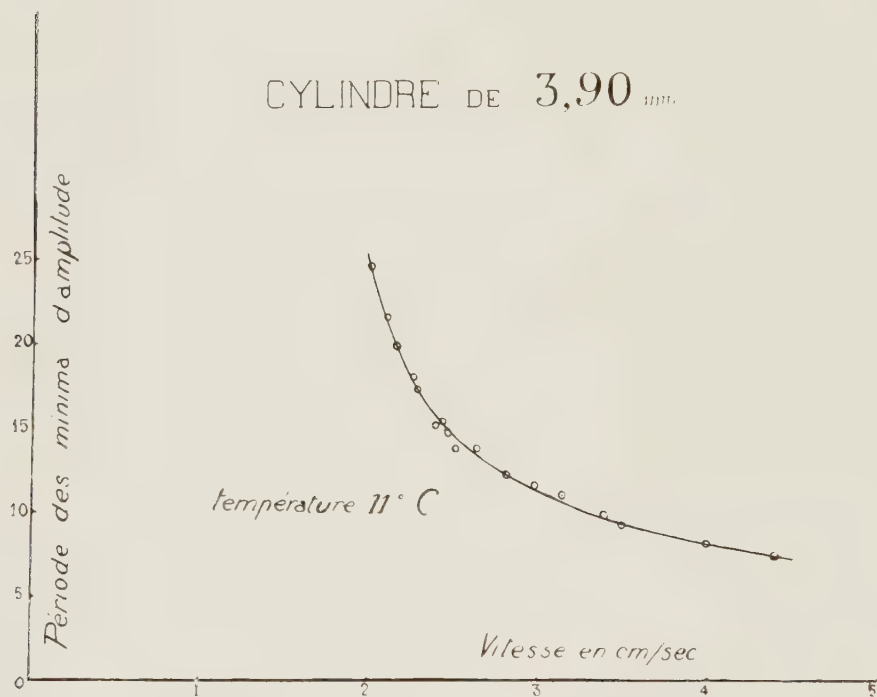


FIG. 22. — Période des minima d'amplitude en fonction de la vitesse du fluide pour un cylindre de 3<sup>mm</sup> 90.

mesures quantitatives. Nous avons pu cependant, en une circonstance, mesurer la fréquence de ses variations d'amplitude en fonction de la vitesse sur un cylindre de 3<sup>mm</sup> 90 de diamètre. Les résultats obtenus sont traduits par la courbe figure 22.

Quelles sont les causes de ce phénomène? Elles sont bien difficiles à décélér étant donné, comme nous venons de le dire, son peu de régularité dans la majorité des cas. L'examen de la formation des

tourbillons sur des obstacles d'un diamètre assez élevé, voisin de 10 mm. par exemple, peut porter à croire cependant que ces sortes de battements sont peut-être dus à la collision de deux tourbillons. En effet, ceux-ci ne s'enroulent pas toujours à la même distance du cylindre, et par suite il peut arriver que l'un d'eux vienne se former contre le tourbillon précédent, qui avait pris naissance en un point plus voisin de l'obstacle. Il en résulte un trouble du sillage, et il faut un certain temps pour que le phénomène reprenne son aspect alterné caractéristique.

---

VII. — La naissance des tourbillons alternés. Le criterium.  
Sa détermination.

L'aspect de l'écoulement à l'aval d'un cylindre est fonction du nombre de REYNOLDS<sup>1</sup>.

Pour de très petits nombres de REYNOLDS, la répartition des filets et des vitesses est symétrique à l'amont et à l'aval de l'obstacle (*fig. 23*).



Fig. 23. — Aspect de l'écoulement autour d'un cylindre pour de très faibles nombres de Reynolds.

Ensuite, apparaissent à l'aval deux *tourbillons symétriques* possédant chacun deux points singuliers  $\alpha, \beta$  (*fig. 24*) et (*fig. 25*). Le sillage est toujours absolument symétrique par rapport au plan médian passant par l'axe du cylindre et parallèle à l'écoulement. Un accroissement du

---

1. *Application des lois de similitude à l'étude des phénomènes qui se produisent à l'aval d'un corps immergé dans un fluide visqueux en mouvement* (Conférence faite à la distribution des prix de la Société française de Navigation aérienne, par M. CAMICHEL, le 1<sup>er</sup> juillet 1925. Paris, édition G. Roche d'Estrez).

nombre de REYNOLDS provoque tout d'abord un allongement des courbes  $\alpha\beta$ , puis une modification totale du sillage. Au régime laminaire ou de Poiseuille succède le régime des tourbillons alternés ou régime turbulent. On aperçoit alors, comme nous l'avons déjà décrit, une série de tourbillons disposés sur deux files, les tourbillons de l'une étant décalés d'une demi-longueur d'onde par rapport à ceux de l'autre. Si l'obstacle a un faible diamètre, ces tourbillons sont difficiles à obser-

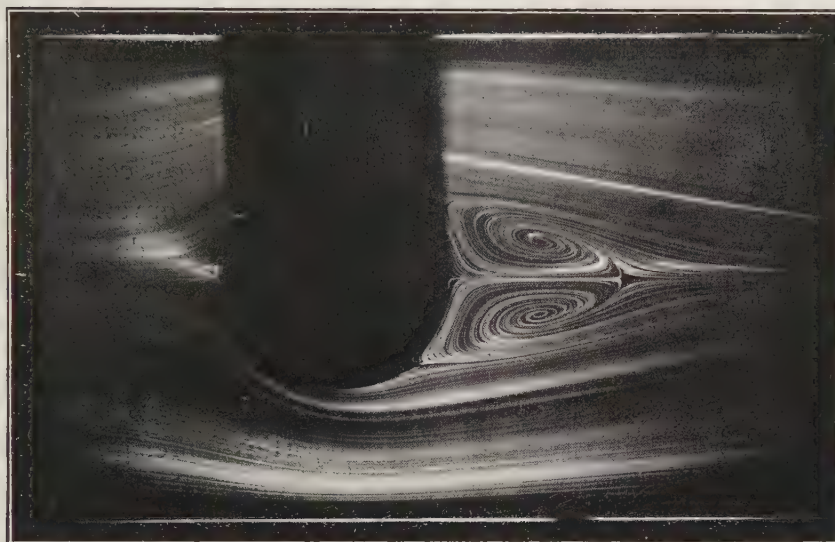


FIG. 24. — Aspect de l'écoulement autour d'un cylindre pour de faibles nombres de Reynolds. — Courbes  $\alpha\beta$ .

ver, mais l'aspect du sillage, qui semble onduler, n'en reste pas moins caractéristique. Nous signalerons ici que nous avons aussi remarqué, dès le début de notre étude, dans le sillage de cylindres d'un diamètre suffisant et pour certaines vitesses, la présence de *tourbillons secondaires* de dimension beaucoup plus restreinte, mais de fréquence plus élevée que les tourbillons alternés. Ces *tourbillons secondaires* ont d'ailleurs été décrits, dans le cas d'un écoulement à surface libre, par M. Jean COURRÉGELONGUE<sup>1</sup>.

La durée d'établissement du régime turbulent n'est pas instantanée. En accord avec la loi de similitude, cette durée est d'autant plus courte que le diamètre de l'obstacle est plus faible. Si  $t_1$  dé-

1. C. R. de l'Ac. des Sciences, t. 189, 1929, p. 972, et t. 190, 1930, p. 362.

signe la durée d'établissement pour un obstacle de 1 mm. et  $t_2$  la durée d'établissement pour un obstacle de 10 mm., on a :

$$\frac{t_1}{t_2} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}.$$

On aura donc intérêt, pour examiner le phénomène, à prendre un obstacle de dimension suffisante.

Pour permettre une bonne observation, nous avons utilisé un précipité blanc impalpable ne possédant aucune vitesse initiale et ne pouvant de ce fait troubler l'écoulement. En régime de POISEUILLE ce précipité habille les courbes  $\alpha\beta$  et l'aspect du sillage est celui représenté par les figures 26 et 26 bis. Une ouverture de la vanne provoque une variation brusque de vitesse et donne naissance à deux tourbillons symétriques<sup>1</sup>, en phase, qui viennent écraser les courbes  $\alpha\beta$  comme le montrent les figures 27 et 28.

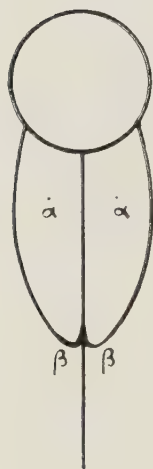


FIG. 25. — Courbes à points singuliers  $\alpha\beta$ .

Emportés par le fluide, ces tourbillons s'éloignent en entraînant avec eux une partie du précipité (*fig. 29 et 30*). Une nouvelle quantité de précipité provenant de l'obstacle dessine à nouveau le sillage correspondant à la nouvelle vitesse du fluide (*fig. 30 à 33*). Chaque ouverture de vanne reproduit les mêmes phénomènes. Cependant, si la vitesse dépasse légèrement

la valeur critique correspondant au changement de régime, l'aspect du sillage se modifie progressivement et l'on assiste alors à la naissance du régime turbulent. Tout d'abord, les courbes  $\alpha\beta$  se déforment légèrement vers leur extrémité aval, de petites encoches apparaissent décalées sur chaque face (*fig. 34 et 35*). Bientôt ces encoches, à peine visibles au début, s'accusent nettement (*fig. 36 et 37*). La queue centrale, jusqu'alors rectiligne, commence à prendre un aspect sinueux (*fig. 38*). Les courbes  $\alpha\beta$  se déforment, et le mouvement d'oscillation de l'ensemble augmente d'amplitude jusqu'à atteindre une valeur limite (*fig. 39 à 45*). La période transitoire est alors terminée.

1. Il ne faut pas confondre ces tourbillons avec les courbes  $\alpha\beta$ . Les tourbillons symétriques dont nous parlons n'apparaissent que corrélativement à une variation brusque de vitesse dans le sens d'un accroissement ou d'une diminution.

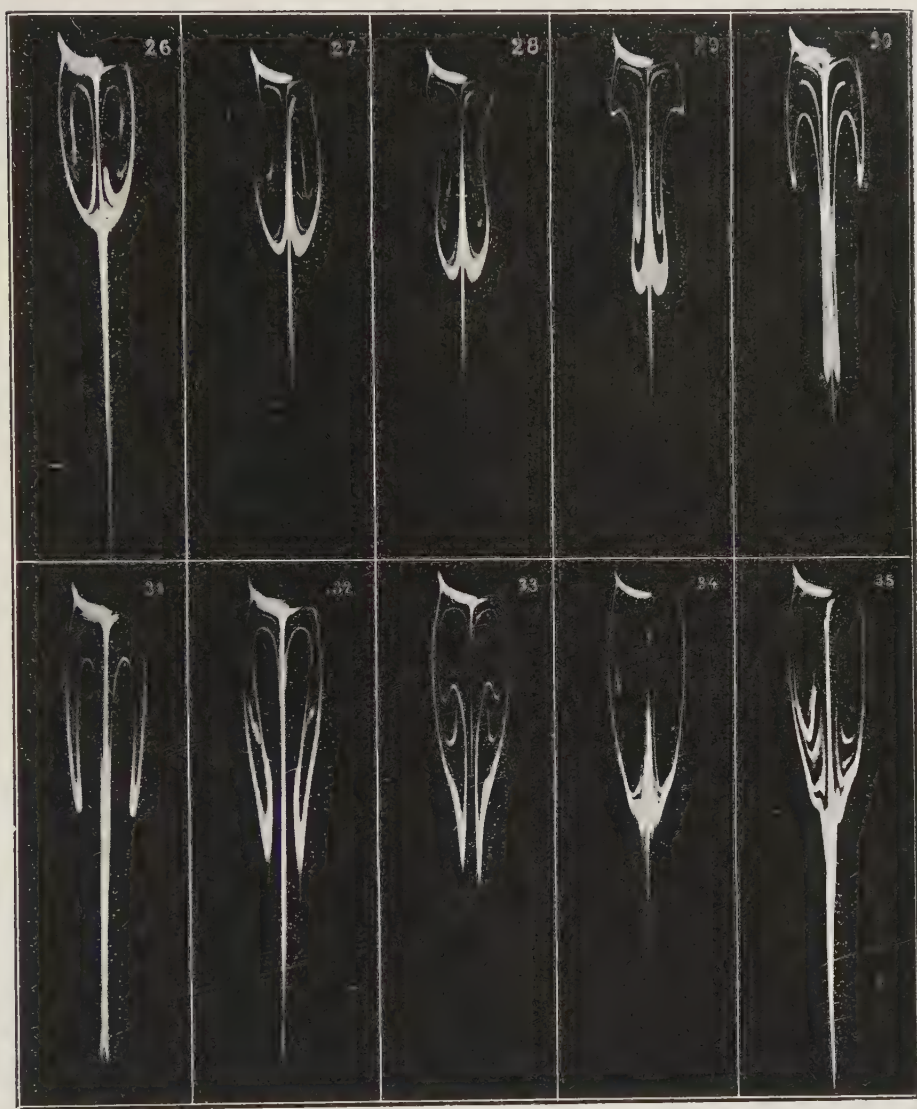


FIG. de 26 à 35. — Différents aspects du sillage pendant la naissance du régime turbulent (période transitoire). — Figures extraites du film n° 1 du 15 novembre 1927.



FIG. de 36 à 45. — Différents aspects du sillage pendant la naissance du régime turbulent (période transitoire). — Figures extraites du film n° 1 du 15 novembre 1927.

Il est à noter que si l'on mesure, dès l'apparition des encoches, leur fréquence de formation, on constate que cette fréquence reste invariable tout le long de la période transitoire et égale à celle des tourbillons en régime permanent.

Un fait, non moins remarquable, est la coexistence des courbes  $\alpha\beta$  et des tourbillons alternés pour une valeur de la vitesse légèrement supérieure à la valeur critique.

M. CAMICHEL a d'ailleurs montré qu'on pouvait décélérer la période des tourbillons en étudiant les trajectoires sinueuses des particules métalliques à l'intérieur des courbes  $\alpha\beta$  (*fig. 47*).<sup>1</sup>

#### Critérium.

L'existence de la similitude entraîne nécessairement celle d'un critérium; autrement dit, les tourbillons alternés doivent apparaître pour une valeur bien définie du nombre de REYNOLDS.

Pour la recherche de ce critérium, nous avons utilisé la méthode qu'employa REYNOLDS pour les tubes, c'est-à-dire celle basée sur la modification de l'aspect du sillage.

On observe, en partant d'une vitesse nulle, l'aspect du sillage pour une succession de valeurs croissantes de cette vitesse, jusqu'au moment où l'ondulation caractéristique du fluide à l'aval décèle la présence des tourbillons. On mesure alors soigneusement la vitesse critique par la méthode photographique; on note la température du fluide pour en déduire sa viscosité, et l'on est ainsi en possession de tous les éléments pour déterminer la valeur du critérium.

Les cylindres de faible diamètre présentent, pour cette recherche, un avantage tout à fait marqué, et cela pour deux raisons :



FIG. 26 bis. — Courbes  $\alpha\beta$ , dessinées à l'aide du précipité.

---

1. C. R. de l'Ac. des Sciences, t. 185, p. 1556, *loc. cit.*

- 1° Parce que l'établissement du régime turbulent est rapide ;
- 2° Parce que la vitesse critique est plus élevée, ce qui diminue l'influence des perturbations et rend les manœuvres beaucoup plus faciles.

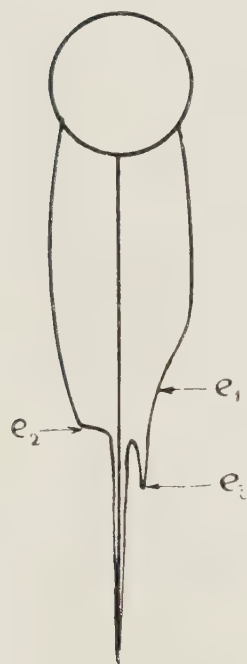


FIG. 46. — Aspect schématique des encoches.

Dans le cas de gros obstacles, il faut toujours avoir soin d'observer *longuement* l'aspect de l'écoulement pour chaque valeur de la vitesse. En effet, comme nous l'avons décrit, seule la présence des encoches permet au début de déceler la naissance du régime turbulent. Si l'on remarque que, pour un obstacle de 10 mm. dans l'eau à 20°, la période de formation des encoches est voisine de 17 secondes, on comprend facilement que l'observation doit être faite avec soin pour que le phénomène ne passe pas inaperçu. Le tableau X montre les résultats obtenus pour des obstacles de diamètre allant de 0 mm. 735 à 9 mm. 92.

On peut constater que tous les résultats concordent à 2 % près et ne présentent aucune divergence systématique.

On doit donc admettre qu'il existe bien un nombre de REYNOLDS critique, compris entre 47 et 48 dans le cas qui nous occupe, c'est-à-dire, pour des cylindres à section circulaire, de longueur suffisamment grande par rapport à leur diamètre.

La mesure de la *période critique* correspondant à la vitesse critique permet la détermination de la valeur du paramètre de STROUHAL correspondant au critérium. Cette valeur est voisine de 0,117.

La plupart des auteurs qui ont étudié les tourbillons alternés ont généralement envisagé l'hypothèse de l'existence du critérium. Les expériences de M. BÉNARD ne lui permettaient évidemment pas de conclure à l'existence de ce critérium puisque ces mesures n'étaient pas en excellent accord avec la loi de similitude.

E. G. RICHARDSON ne conclut pas nettement. Utilisant la méthode des tiges vibrantes, Richardson commence à percevoir des vibrations sonores pour  $R = 40$  dans l'eau et pour  $R = 33$  dans un liquide pour lequel  $\frac{\nu}{\rho} = 0,23$ .

TABLEAU X.

*Valeurs expérimentales obtenues pour le critérium.*

| Diamètres<br>en millimètres<br>D. | Température<br>en degrés<br>centigrades. | $\frac{\mu}{\rho}$<br>en C. G. S. | Vitesse<br>en cm/sec.<br>$V_0$ . | Nombre<br>de Reynolds<br>$R_0$ . |
|-----------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 0,735                             | 7,70                                     | 0,01387                           | 9,07                             | 48,1                             |
| 1,00                              | 20,00                                    | 0,01000                           | 4,71                             | 47,1                             |
| 2,01                              | »                                        | 0,01000                           | 2,39                             | 48,1                             |
| 3,70                              | 19,95                                    | 0,01001                           | 1,30                             | 47,9                             |
| 6,00                              | 15,85                                    | 0,01104                           | 0,890                            | 48,4                             |
| 9,92                              | 19,95                                    | 0,01001                           | 0,486                            | 48,2                             |



FIG. 47. — Aspect du sillage montrant les perturbations des tourbillons sur les courbes  $\alpha\beta$ .

(Cliché du 22 novembre 1927.)

Nous allons d'ailleurs montrer que la méthode des vibrations de corps immergés est inapte à la détermination du critérium, étant donné qu'il est possible de faire vibrer des obstacles en régime laminaire.

Quant à la valeur de la période critique, elle n'est pas infinie comme l'admettait Lord RAYLEIGH, qui a donné, comme équation de la courbe de STROUHAL, la relation :

$$S = 0,195 \left( 1 - \frac{20,1}{R} \right).$$

La période critique est au contraire différente pour chaque obstacle et définie par la relation :

$$T_c = \frac{D}{0,117 V_c}.$$

---

### VIII. — Vibration des cylindres dans l'eau.

Plusieurs auteurs, parmi lesquels RIABOUCHINSKY<sup>1</sup>, lord RAYLEIGH<sup>2</sup>, E. G. RICHARDSON<sup>3</sup>, ont constaté que lorsque la vitesse relative du fluide et du corps immergé est telle que la période des tourbillons se trouve être voisine de la période propre de ce corps, ce dernier se met à osciller *dans un plan perpendiculaire à la direction de cette vitesse*.

C'est ainsi que Lord RAYLEIGH effectue une série d'expériences à l'aide d'un pendule immergé dans une cuve d'eau cylindrique en

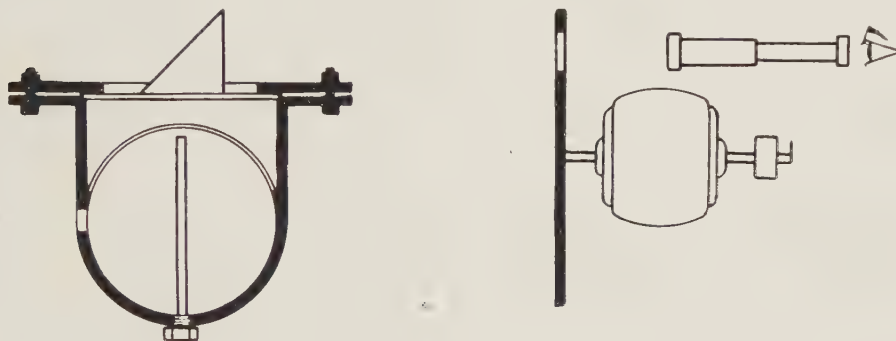


FIG. 48. — Dispositif utilisé pour la mesure de la fréquence des oscillations du cylindre et des tourbillons alternés.

rotation, et que RICHARDSON reprend ces recherches et les complète par des expériences sur des fils tendus dans un tunnel aérodynamique.

Nous avons nous-même entrepris l'étude de la vibration de tiges cylindriques, encastrées à leur base et libres à leur extrémité supérieure, sous l'influence des tourbillons alternés de BÉNARD. Toutes ces tiges étaient disposées suivant le diamètre vertical de l'ajutage de 30 cm., déjà utilisé pour l'étude de la loi de variation de la fréquence des tourbillons en fonction de la vitesse.

Comme expérience préliminaire, afin de bien vérifier que les tourbillons sont la cause de la vibration, nous avons fixé à l'extrémité d'un obstacle de laiton de 2 mm. de diamètre une petite masse de

---

1. *L'Aérophile*, t. 19, 1<sup>re</sup> janvier 1911, p. 15.

2. *Phil. Mag.*, t. 29, 1915.

3. *Proc. Phys. Soc. of London*, t. 36, 1924.

plomb de 17 grammes. La période du cylindre ainsi modifiée rendait possible la mesure, par observation directe, de la durée d'une oscillation pendant la vibration, ainsi que celle de la période des tourbillons avant et après cette vibration<sup>1</sup>.

Les périodes d'oscillation des cylindres utilisés étant comprises entre 0,2 sec. et 0,02 sec. environ, leur mesure nécessitait l'emploi d'un stroboscope. On peut voir sur la figure 48 l'ensemble du dispositif utilisé : une lunette et un prisme permettent d'observer le sommet du cylindre à étudier; tandis qu'un disque entraîné par un moteur et muni de 1, 2 ou 4 fentes, suivant le cas, permet la stroboscopie de l'oscillation du cylindre.



FIG. 49. — Cylindre et son bouchon-support.

Nous avons constaté, dès le début de nos recherches, avec quel soin devait être fait l'encastrement des tiges dans leur bouchon support pour l'obtention de résultats comparables. Aussi avons-nous fait construire, afin d'éliminer cette cause d'erreur, une série de cylindres tirés du même bloc de laiton que leur bouchon support, tous ces cylindres ayant une longueur commune de 295 millimètres (fig. 49).

Afin de déterminer l'influence de la vibration du cylindre sur la fréquence de formation de tourbillons alternés, nous avons adopté, comme précédemment, la méthode du fil pour la mesure de cette fréquence. Mais le fil de lin n'était plus cette fois fixé sur la tige elle-même. Il était soutenu par un fil métallique très fin tendu horizontalement dans la conduite. Ainsi le mouvement du fil était uniquement dû à l'action des tourbillons alternés.

Nous donnerons ici en détail le résultat des expériences relatives à trois cylindres de laiton ayant respectivement des diamètres de 5, 6 et 8 mm. Pour de tels obstacles, les phénomènes sont particulièrement nets, tandis que pour des cylindres de diamètre plus faible l'observation est beaucoup plus difficile, en particulier au début des oscillations. On doit, en effet, noter que l'amplitude du phénomène est sensiblement proportionnelle au carré des diamètres des cylindres. Sur des tiges d'un diamètre plus élevé (cylindre de 10 mm. par

---

1. *C. R. de l'Académie des Sciences*, t. 184, p. 1509 (1927).

exemple), il y a superposition, au début de la vibration dans un plan perpendiculaire au sens de l'écoulement, d'une vibration dans un plan parallèle que nous étudierons plus loin. Cette coexistence des deux phénomènes rend l'étude de l'un et de l'autre beaucoup plus difficile et délicate.

Pendant la durée de nos recherches sur les cylindres de 5, 6 et 8 mm., l'eau était à une température toujours très voisine de 12 degrés ( $\nu = 0,01217$ ). Ainsi la plage couverte par les trois vibrations partait de 1900 de nombre de REYNOLDS pour dépasser 20000. Nous avons vu que dans cette zone le paramètre de STROUHAL est sensiblement constant et égal à 0,200. La période des tourbillons, qui excite les tiges, est donc indépendante de la température du fluide et uniquement fonction de la vitesse pour un cylindre donné. Il en résulte que les courbes  $\Theta = f(V)$ , donnant les variations de la période  $\Theta$  des tiges vibrantes en fonction de la vitesse  $V$  du liquide, peuvent être tracées sans tenir compte de sa température au moment de l'expérience.

Le phénomène a une allure identique pour les trois cylindres. Pour une vitesse  $V_0$ , fonction du diamètre du cylindre, l'obstacle commence à osciller; l'amplitude est très faible, mais le mouvement régulier. La stroboscopie est facile: la vitesse du disque pour laquelle la tige apparaît immobile est bien définie. On trouve ainsi que la période initiale  $\Theta_0$  des oscillations du cylindre est égale à la période de ses oscillations libres lorsqu'on l'excite par un choc, tandis qu'il est plongé dans une cuve pleine d'eau au repos.

La période des tourbillons est différente de celle du cylindre et sensiblement égale à celle qu'auraient ces tourbillons pour la vitesse  $V_0$  si l'obstacle ne vibrerait pas.

Entre la vitesse  $V_0$  et la vitesse  $V_1$ , supérieure à  $V_0$ , le cylindre oscille toujours avec une très faible amplitude et la période de son mouvement reste constante et égale à  $\Theta_0$ . La période des tourbillons varie normalement en raison inverse de la vitesse. On a :

$$T = \frac{D}{0,2 V}.$$

On voit ainsi qu'au début du phénomène, si la vibration du cylindre apporte quelques perturbations à la fréquence des tourbillons, ces perturbations sont certainement faibles, de l'ordre de grandeur de la précision des mesures

La vitesse  $V_1$  dépassée, le phénomène change d'aspect. Bien que plus grande qu'au début, l'amplitude de la tige est toujours assez faible et varie continuellement. On a des battements plus ou moins réguliers. Avec le stroboscope, il est impossible d'obtenir l'immobilité de la tige et par suite de mesurer sa période. Le fil permet au contraire de déterminer celle des tourbillons; comme au début, elle est toujours voisine de celle qu'ils auraient pour la même vitesse du fluide si la tige était immobile, peut-être a-t-elle tendance à devenir légèrement plus longue.

Pour une vitesse  $V_2$  supérieure à  $V_1$ , la tige oscille d'une façon plus régulière. On peut à nouveau la stroboscooper et l'on constate alors que le fil se trouve être immobilisé simultanément par le stroboscope. *Le fil et la tige ont donc maintenant même période. Il y a eu accrochage.* Mais il est à remarquer que la période commune est supérieure à la période initiale  $\Theta_0$  de la tige.

Si l'on fait croître progressivement la vitesse au delà de  $V_2$ , le même phénomène persiste : la tige et les tourbillons ont toujours une période égale, mais cette période décroît lorsque la vitesse augmente. Pour une vitesse  $V_3$  la période du système cylindre-tourbillon redevient égale à la période initiale  $\Theta_0$  du cylindre. L'amplitude de la tige qui avait augmenté progressivement atteint alors son maximum. Il faut dépasser une vitesse  $V_4$  pour constater que la stroboscopie du fil devient à son tour impossible, tandis que celle de la tige se maintient toujours très nette, bien qu'à partir de la vitesse  $V_3$  on observe par moments des battements assez accusés. On a atteint la zone d'instabilité du fil.

Pour une vitesse  $V_5$  supérieure à  $V_4$ , le fil et la tige ont à nouveau, comme au début du phénomène, des périodes différentes. La période de la tige diminue toujours, mais très lentement, tandis que la période du fil, c'est-à-dire celle des tourbillons, redevient voisine de la période normale qui peut être prédéterminée par la connaissance de la courbe de STROUHAL.

Enfin, pour une vitesse  $V_6$ , la tige cesse d'osciller. Lorsque cette vitesse est sur le point d'être atteinte, la période de la tige est voisine de sa période propre dans l'air.

Les tableaux XI, XII et XIII et les courbes correspondantes (*fig. 50, 51 et 52*) indiquent dans chaque cas, le résultat des mesures.

TABLEAU XI.

Cylindre en laiton de 5<sup>mm</sup> de diamètre.

(Etude de la vibration.)

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>(-)<br>du<br>cylindre. | Période<br>T<br>des<br>tourbillons. | Température<br>en<br>degrés. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>R. | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>du<br>cylindre. | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>des<br>tourbillons. |
|--------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 46,9                     | 0,0402                            | 0,0527                              | 11,95                        | 1920                           | 0,2650                                         | 0,2020                                             |
| 47,8                     | 0,0393                            | 0,0520                              | 11,90                        | 1955                           | 0,2660                                         | 0,2010                                             |
| 48,8                     | 0,0396                            | 0,0500                              | 12,03                        | 2005                           | 0,2590                                         | 0,2050                                             |
| 50,5                     | 0,0393                            | 0,0493                              | 12,03                        | 2080                           | 0,2515                                         | 0,2005                                             |
| 53,1                     | 0,0393                            | 0,0460                              | 12,03                        | 2187                           | 0,2390                                         | 0,2045                                             |
| 55,1                     | ?                                 | 0,0443                              | 12,10                        | 2265                           | ?                                              | 0,2050                                             |
| 57,2                     | ?                                 | 0,0423                              | 12,10                        | 2350                           | ?                                              | 0,2065                                             |
| 58,5                     | ?                                 | 0,0421                              | 12,10                        | 2405                           | ?                                              | 0,2030                                             |
| 60,3                     | ?                                 | 0,0413                              | 11,90                        | 2467                           | ?                                              | 0,2000                                             |
| 60,5                     | ?                                 | 0,0420                              | 12,10                        | 2488                           | ?                                              | 0,1968                                             |
| 62,3                     | 0,0410                            | 0,0410                              | 12,10                        | 2560                           | 0,1955                                         | 0,1955                                             |
| 65,2                     | 0,0408                            | 0,0408                              | 12,10                        | 2680                           | 0,1880                                         | 0,1880                                             |
| 70,3                     | 0,0406                            | 0,0406                              | 12,10                        | 2830                           | 0,1750                                         | 0,1750                                             |
| 75,0                     | 0,0392                            | 0,0392                              | 12,10                        | 3080                           | 0,1700                                         | 0,1700                                             |
| 80,8                     | 0,0379                            | 0,0379                              | 12,10                        | 3340                           | 0,1630                                         | 0,1630                                             |
| 83,0                     | 0,0382                            | 0,0382                              | 12,10                        | 3337                           | 0,1583                                         | 0,1583                                             |
| 83,9                     | 0,0378                            | 0,0378                              | 12,10                        | 3470                           | 0,1575                                         | 0,1575                                             |
| 89,0                     | 0,0377                            | 0,0377                              | 12,10                        | 3660                           | 0,1490                                         | 0,1490                                             |
| 95,8                     | 0,0371                            | ?                                   | 12,10                        | 3972                           | 0,1408                                         | ?                                                  |
| 97,1                     | 0,0366                            | 0,0253                              | 12,10                        | 4020                           | 0,1407                                         | 0,2035                                             |
| 102,0                    | 0,0367                            | 0,0248                              | 12,10                        | 4200                           | 0,1335                                         | 0,1975                                             |
| 113,2                    | 0,0362                            | 0,0244                              | 12,10                        | 4660                           | 0,1220                                         | 0,1810                                             |

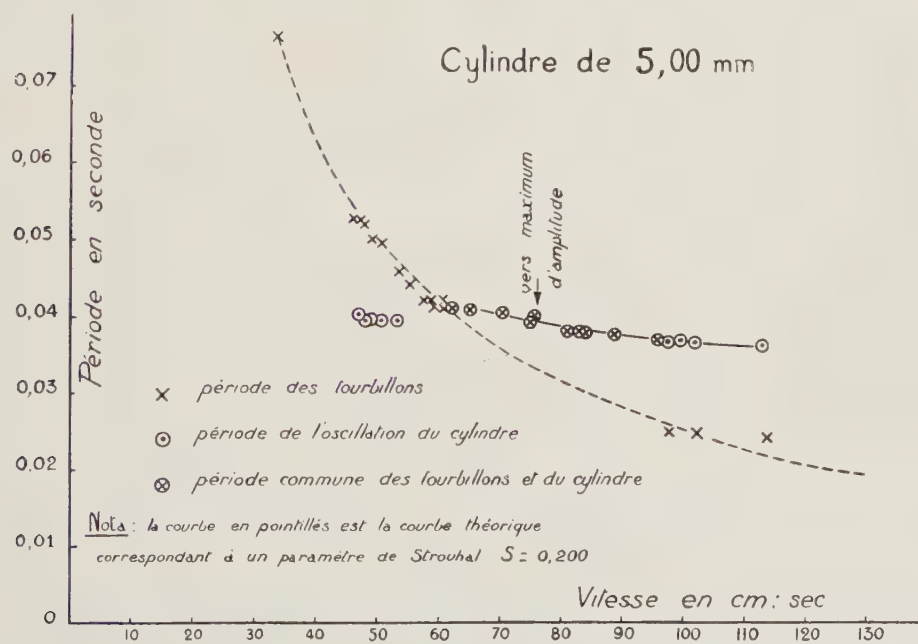


FIG. 50. — Courbe représentative du phénomène de la vibration pour un cylindre de 5<sup>mm</sup>.

TABLEAU XII.

Cylindre en laiton de 6<sup>mm</sup> de diamètre.  
(Etude de la vibration.)

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>$\Theta$<br>du<br>cylindre. | Période<br>T<br>des<br>tourbillons. | Température<br>en<br>degrés. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>R. | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>du<br>cylindre. | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>des<br>tourbillons. |
|--------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 67,7                     | 0,0325                                 | 0,0435                              | 11,90                        | 3315                           | 0,2730                                         | 0,2040                                             |
| 70,4                     | 0,0323                                 | 0,0427                              | 11,90                        | 3450                           | 0,2640                                         | 0,1990                                             |
| 73,0                     | 0,0322                                 | 0,0404                              | 11,90                        | 3580                           | 0,2550                                         | 0,2030                                             |
| 74,9                     | 0,0323                                 | 0,0392                              | 11,90                        | 3680                           | 0,2480                                         | 0,2040                                             |
| 76,6                     | 0,0323                                 | 0,0379                              | 11,90                        | 3780                           | 0,2425                                         | 0,2060                                             |
| 78,7                     | ?                                      | 0,0368                              | 11,90                        | 3870                           | ?                                              | 0,2050                                             |
| 80,3                     | ?                                      | 0,0358                              | 11,90                        | 4000                           | ?                                              | 0,2060                                             |
| 83,7                     | ?                                      | 0,0354                              | 11,90                        | 4110                           | ?                                              | 0,2025                                             |
| 85,5                     | ?                                      | 0,0346                              | 11,90                        | 4200                           | ?                                              | 0,2025                                             |
| 87,2                     | ?                                      | 0,0343                              | 11,95                        | 4280                           | ?                                              | 0,2000                                             |
| 88,0                     | ?                                      | 0,0343                              | 11,95                        | 4330                           | ?                                              | 0,1985                                             |
| 91,4                     | 0,0342                                 | 0,0342                              | 11,95                        | 4500                           | 0,1920                                         | 0,1920                                             |
| 93,8                     | 0,0337                                 | 0,0337                              | 11,95                        | 4620                           | 0,1895                                         | 0,1895                                             |
| 100,7                    | 0,0335                                 | 0,0335                              | 11,95                        | 4950                           | 0,1780                                         | 0,1780                                             |
| 105,6                    | 0,0328                                 | 0,0328                              | 11,95                        | 5190                           | 0,1730                                         | 0,1730                                             |
| 111,2                    | 0,0323                                 | 0,0323                              | 11,95                        | 5420                           | 0,1670                                         | 0,1670                                             |
| 117,3                    | 0,0318                                 | 0,0318                              | 11,95                        | 5770                           | 0,1607                                         | 0,1607                                             |
| 127,5                    | 0,0308                                 | 0,0308                              | 11,95                        | 6270                           | 0,1527                                         | 0,1527                                             |
| 138,1                    | 0,0303                                 | ?                                   | 11,95                        | 6800                           | 0,1430                                         | ?                                                  |
| 143,2                    | 0,0300                                 | 0,0216                              | 11,95                        | 7050                           | 0,1395                                         | 0,1930                                             |
| 149,0                    | 0,0300                                 | 0,0208                              | 11,95                        | 7330                           | 0,1340                                         | 0,1935                                             |
| 169,0                    | 0,0300                                 | 0,0185                              | 11,95                        | 8320                           | 0,1180                                         | 0,1920                                             |

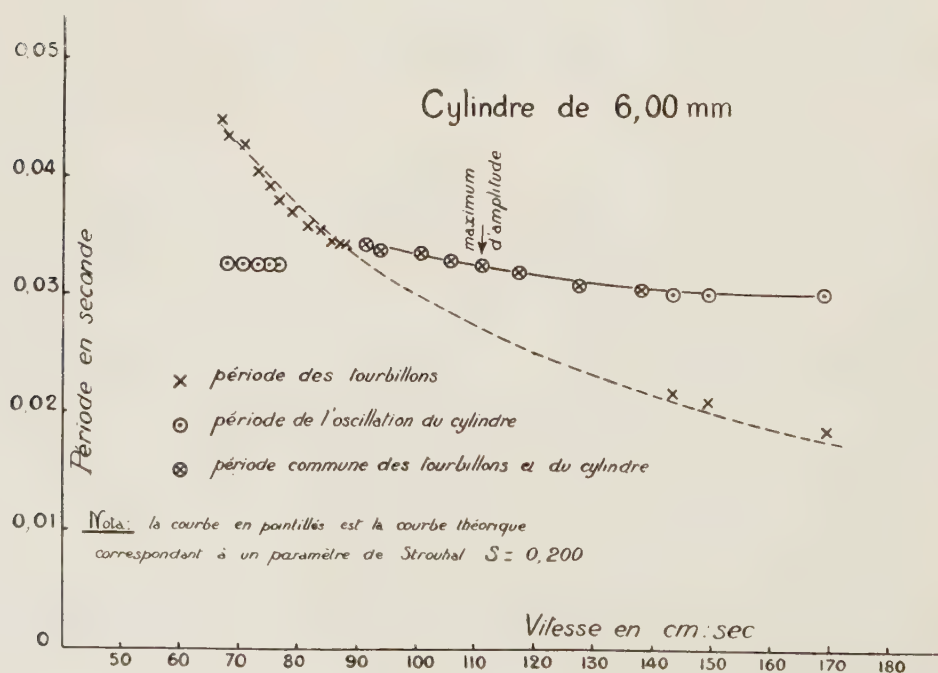


FIG. 51. — Courbe représentative du phénomène de la vibration pour un cylindre de 6<sup>mm</sup>.

TABLEAU XIII.

*Cylindre en laiton de 8<sup>mm</sup> de diamètre.  
(Début de la vibration.)*

| Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>(-)<br>du<br>cylindre. | Période<br>T<br>des<br>tourbillons. | Température<br>en<br>degrés. | Nombre<br>de<br>Reynolds<br>R. | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>du<br>cylindre. | Paramètre<br>de<br>Strouhal<br>des<br>tourbillons. |
|--------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 117,0                    | 0,0246                            | 0,0344                              | 11,80                        | 7640                           | 0,277                                          | 0,199                                              |
| 123,2                    | 0,0247                            | 0,0321                              | 11,80                        | 8030                           | 0,262                                          | 0,202                                              |
| 126,8                    | 0,0246                            | 0,0310                              | 11,80                        | 8270                           | 0,256                                          | 0,203                                              |
| 131,3                    | 0,0246                            | 0,0298                              | 11,85                        | 8600                           | 0,247                                          | 0,204                                              |
| 137,0                    | ?                                 | 0,0290                              | 11,90                        | 8960                           | ?                                              | 0,201                                              |
| 143,8                    | ?                                 | 0,0285                              | 11,90                        | 9420                           | ?                                              | 0,194                                              |
| 146,5                    | ?                                 | 0,0276                              | 11,95                        | 9600                           | ?                                              | 0,197                                              |
| 149,2                    | ?                                 | 0,0273                              | 11,95                        | 9800                           | ?                                              | 0,196                                              |
| 153,6                    | ?                                 | 0,0269                              | 12,00                        | 10100                          | ?                                              | 0,194                                              |
| 157,0                    | ?                                 | 0,0265                              | 12,00                        | 10320                          | ?                                              | 0,192                                              |
| 163,7                    | ?                                 | 0,0262                              | 12,00                        | 10770                          | ?                                              | 0,186                                              |
| 170,5                    | 0,0258                            | 0,0258                              | 12,10                        | 11240                          | 0,182                                          | 0,182                                              |
| 176,7                    | 0,0257                            | 0,0257                              | 12,10                        | 11630                          | 0,176                                          | 0,176                                              |
| 186,1                    | 0,0255                            | 0,0255                              | 12,10                        | 12280                          | 0,168                                          | 0,168                                              |
| 192,1                    | 0,0253                            | 0,0253                              | 12,10                        | 12670                          | 0,164                                          | 0,164                                              |
| 199,5                    | 0,0248                            | 0,0248                              | 12,10                        | 13150                          | 0,161                                          | 0,161                                              |

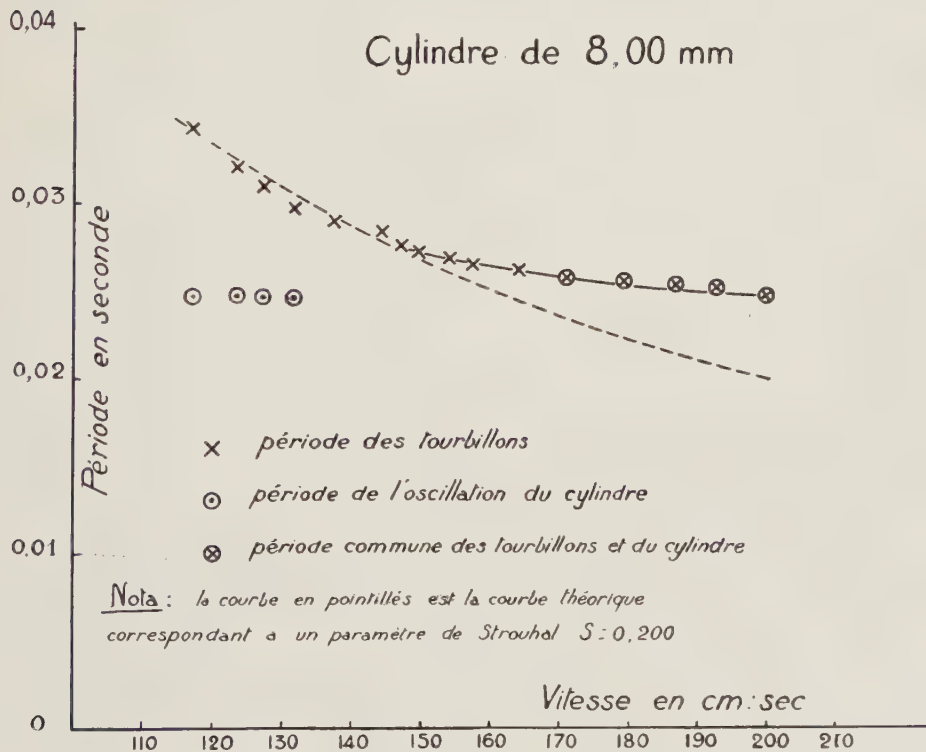


Fig. 52. — Courbe représentative du début du phénomène de la vibration pour un cylindre de 8<sup>mm</sup>.

En résumé, on voit qu'il est possible de distinguer cinq zones de vitesses caractéristiques pendant la durée de la vibration (fig. 53).

*Zone I.* — Le cylindre vibre avec une période constante. Les tourbillons sont peu influencés par cette vibration. Ils ont une période plus longue que celle du cylindre.

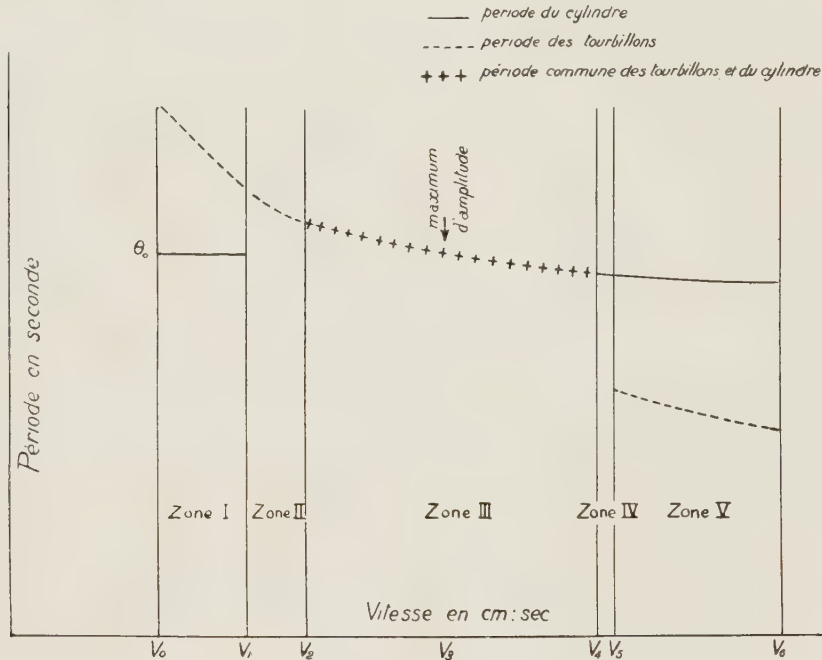


FIG. 53. — Zones de vitesses caractéristiques rencontrées dans l'étude de la vibration des cylindres dans un plan perpendiculaire à l'écoulement.

*Zone II.* — Il est impossible de mesurer à l'aide du stroboscope la période du cylindre. Celle des tourbillons est toujours bien définie.

*Zone III.* — Les tourbillons et les cylindres ont même période : ils sont *accrochés*. La période commune du système est différente de la période normale des tourbillons et au début sa valeur est supérieure à la valeur  $\theta_0$  de la période initiale de l'obstacle. De plus, c'est vers le milieu de cette zone que la vibration atteint son amplitude maximum.

*Zone IV.* — La période des tourbillons est mal définie.

*Zone V.* — Le cylindre et les tourbillons ont une période différente, comme au début de la vibration. La période des tourbillons est plus courte que celle du cylindre et égale à sa valeur normale.

Si l'on adopte pour représenter les différentes vibrations le plan des (R. S.) on obtient les courbes (fig. 54 et 55) pour les cylindres de 5 et 6 mm. Cette représentation n'est d'ailleurs correcte que si les expériences ont été effectuées à température constante (ce qui est notre cas). En effet, nous avons vu que dans les conditions où nous sommes placés, la viscosité du liquide n'a pas d'action sur la fréquence

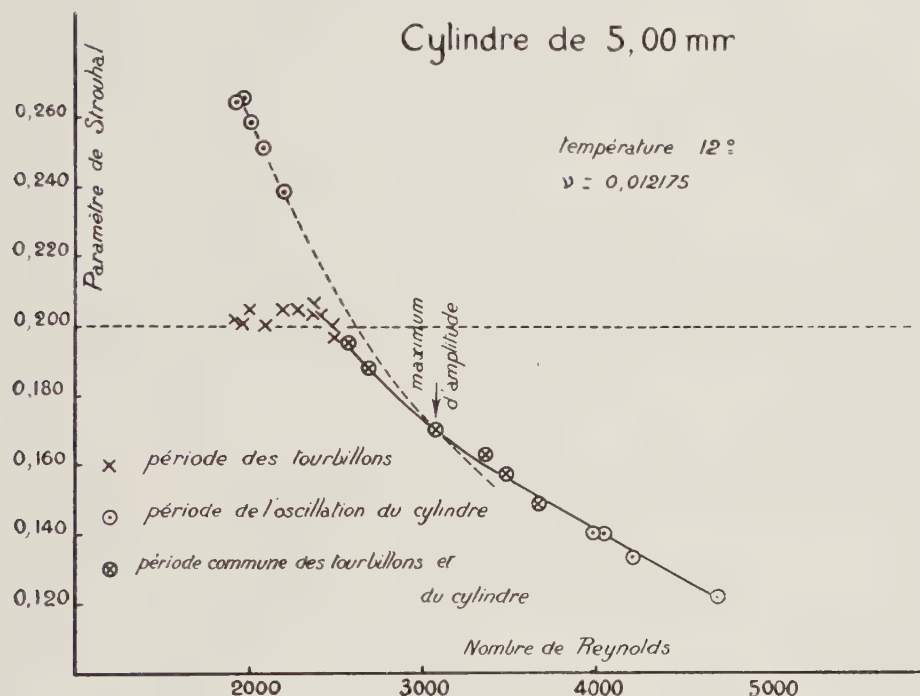


FIG. 54. — Représentation du phénomène de la vibration dans le plan des (R, S) pour un cylindre de 5<sup>mm</sup>.

des tourbillons qui excitent les tiges. Il est par suite anormal de la faire intervenir dans l'étude de leur vibration. Nous avons cependant adopté cette représentation, pour montrer combien la méthode basée sur la mesure de la fréquence des vibrations des obstacles au maximum d'amplitude, pour établir la loi de variation de la période des tourbillons est loin d'être rigoureuse. On peut en effet constater sur les courbes que le paramètre de STROUHAL prend au maximum d'amplitude une valeur voisine de 0,167, alors que sa valeur normale, en l'absence de vibration, est de 0,200 environ.

Cependant pour des cylindres de faible diamètre, ayant une période

relativement longue et par suite oscillant pour de faibles nombres de Reynolds, la vitesse correspondant au maximum de la vibration est certainement très voisine de la vitesse pour laquelle a lieu la concordance entre la période des tourbillons et celle de la tige. On doit, en effet, remarquer qu'au voisinage du critérium la fréquence des tourbillons varie sensiblement en raison directe du carré de la vitesse,

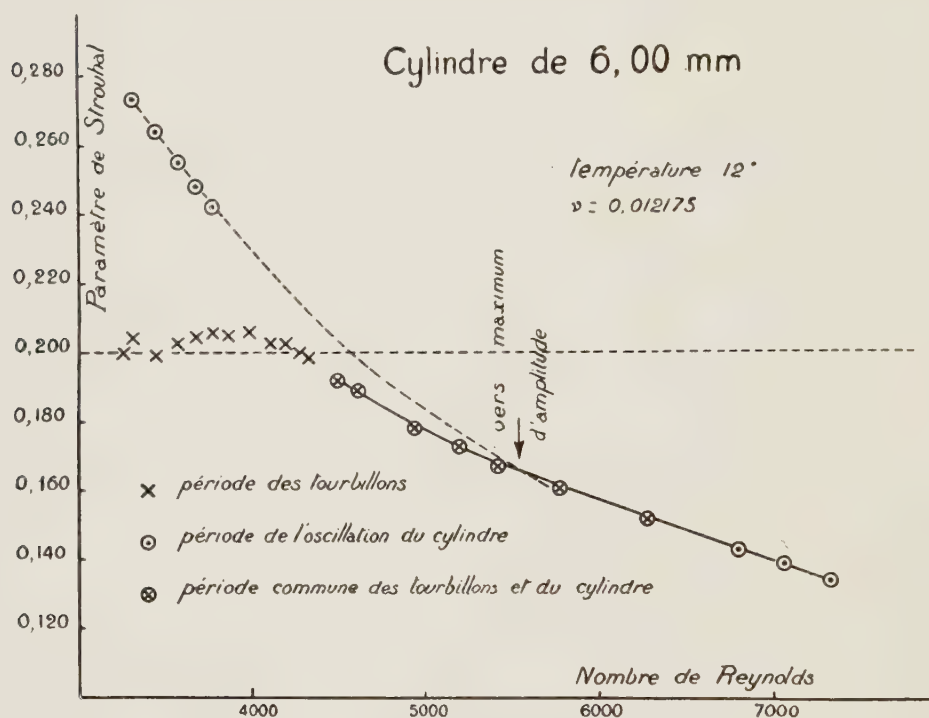


FIG. 55. — Représentation du phénomène de la vibration dans le plan des (R, S.) pour un cylindre de 6<sup>mm</sup>.

tandis que dans la zone à paramètre de STROUHAL constant, elle n'augmente que proportionnellement à cette vitesse. Il est donc vraisemblable que, pour de faibles nombres de REYNOLDS, on ne commet pas d'erreur notable en employant la méthode du maximum de vibration. Les quelques expériences que nous avons effectuées, en particulier celles sur les oscillations de cylindres en régime laminaire, dont nous parlerons plus loin, semblent confirmer cette hypothèse ainsi d'ailleurs que l'expérience sur la tige lestée déjà mentionnée<sup>1</sup>.

1. C. R. de l'Acad. des Sc., t. 184, p. 1509, *loc. cit.*

### Amplitude des oscillations.

Si à l'aide d'un micromètre on mesure l'amplitude des oscillations des obstacles cylindriques à leur extrémité supérieure, il est possible de tracer les courbes donnant la variation de cette amplitude en fonction de la vitesse du fluide. La figure 56 se rapporte à un cylindre de 7 mm. de diamètre. Nous avons déterminé l'amplitude

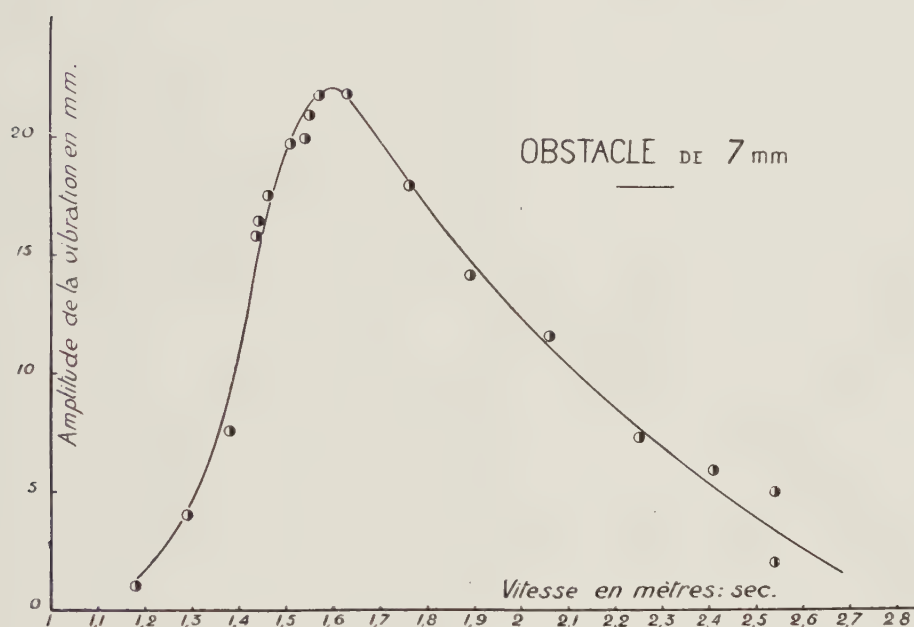


FIG. 56. — Amplitude de la vibration pour un cylindre de 7<sup>mm</sup>.

moyenne dans le cas où la tige accusait des variations d'amplitude sensibles, ce qui a lieu, comme nous l'avons déjà dit avant la zone II précédant l'accrochage ainsi qu'au voisinage du maximum d'amplitude, principalement pour des vitesses légèrement supérieures à celle correspondant à ce maximum.

On peut constater que la courbe n'est pas symétrique par rapport à la droite parallèle à l'axe des ordonnées et passant par le point représentatif de l'amplitude maximum.

Début des vibrations.

Nous avons déterminé pour plusieurs cylindres de laiton et d'acier, ayant tous une longueur voisine de 295 mm., la vitesse  $V_0$  correspondant au début de la vibration ainsi que la valeur  $\Theta_0$  de la période initiale des oscillations des cylindres.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau XIV.

TABLEAU XIV.

*Vibration des cylindres dans un plan perpendiculaire à l'écoulement.*

| Nature<br>des<br>cylindres. | Diamètre<br>D<br>des cylindres<br>en cm. | Période<br>initiale<br>$\Theta_0$<br>des cylindres. | Vitesse<br>$V_0$<br>en cm/sec. | $\frac{D}{\Theta_0}$ |
|-----------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------|----------------------|
| acier.                      | 0,370                                    | 0,0380                                              | 33,4                           | 9,74                 |
| laiton.                     | 0,500                                    | 0,0393                                              | 46,0                           | 12,70                |
| »                           | 0,600                                    | 0,0323                                              | 67,5                           | 18,55                |
| acier.                      | 0,500                                    | 0,0256                                              | 67,9                           | 19,53                |
| laiton.                     | 0,800                                    | 0,0246                                              | 117,0                          | 32,45                |
| acier.                      | 0,695                                    | 0,0185                                              | 135,8                          | 37,60                |

Si l'on caractérise un cylindre par le quotient  $\frac{D}{\Theta_0}$  de son diamètre à sa période propre dans l'eau, on constate que la courbe  $V_0 = f\left(\frac{D}{\Theta_0}\right)$  est une droite passant par l'origine (*fig. 57*), l'équation de cette droite ayant pour expression :

$$V_0 = 3,625 \frac{D}{(\Theta)_0}$$

si l'on exprime D en cm.,  $\Theta_0$  en secondes, et  $V_0$  en cm./sec.

Nous savons que, dans le cas où le paramètre de STROUHAL est constant, pour la vitesse  $V_0$  la période  $T_0$  des tourbillons est donnée par l'équation :

$$T_0 = \frac{D}{0,2 V_0}.$$

On a ainsi entre  $T_0$  et  $\Theta_0$  la relation :

$$T_0 = 1,38 \Theta_0.$$

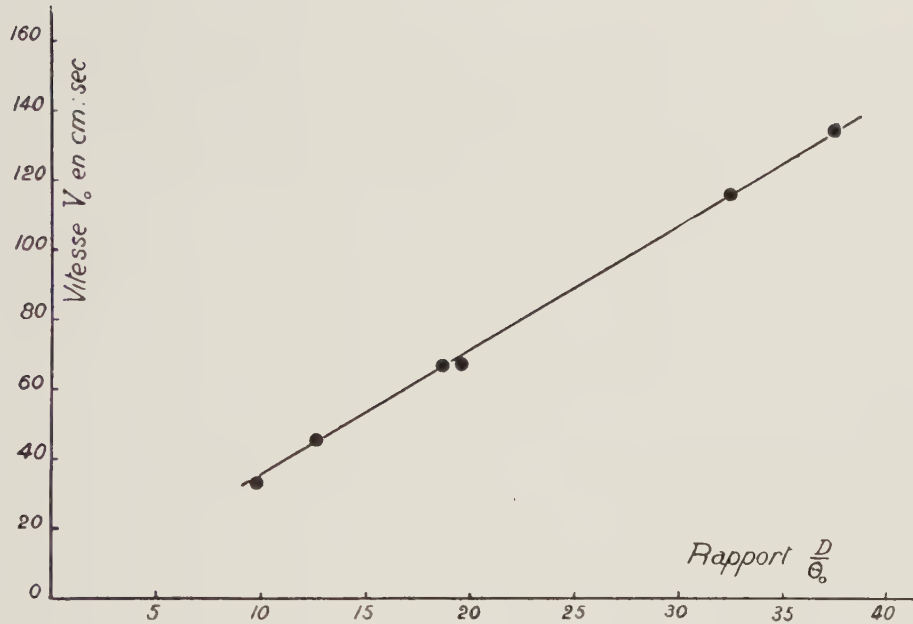


Fig. 57. — Courbe donnant la valeur de la vitesse pour laquelle débute la vibration perpendiculaire au sens de l'écoulement en fonction du rapport  $\frac{D}{(\Theta)_0}$ .

Pour l'ensemble des obstacles étudiés, le phénomène d'oscillation dans un plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement, débute donc lorsque la période des tourbillons est égale à 1,38 fois la période propre du cylindre immergé.

### IX. — Autre mode de vibration des tiges cylindriques.

Nous venons d'étudier le phénomène de la vibration des cylindres dans un plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement lorsque la fréquence des tourbillons est voisine de leur fréquence propre. Ce mode de vibration n'est pas le seul possible. Nous avons, en effet, observé et étudié une vibration des cylindres *dans un plan parallèle à la direction de l'écoulement*, vibration qui, à notre connaissance, n'a jamais été signalée.

On l'aperçoit aisément sur les obstacles de laiton de 295 mm. de long ayant un diamètre supérieur à 4 mm., bien que son amplitude soit, comme nous le verrons, moindre que l'amplitude de la vibration précédemment étudiée.

La vibration, dans un plan parallèle à l'écoulement, s'étale dans une zone de vitesse pour laquelle la période des tourbillons est tout d'abord supérieure, puis inférieure au double de la période propre du cylindre.

Nous décrirons le phénomène tel que nous l'avons observé pour des tiges de 8 et 10 mm. de diamètre. Pour des cylindres d'un diamètre inférieur, les mesures sont moins précises étant donné l'amplitude relativement faible des oscillations. Comme dans l'étude du premier mode de vibration, nous avons utilisé la méthode du fil pour la mesure de la période des tourbillons.

La vibration débute par une vitesse  $V'_0$ . On constate à l'aide du stroboscope que pour cette vitesse la tige a une période  $\Theta_0$  voisine de la période de ses oscillations amorties dans de l'eau immobile, tandis que celle des tourbillons, qui ne paraissent pas perturbés par l'oscillation de la tige, a une valeur  $T'_0$  donnée par la formule :

$$T'_0 = \frac{D}{0,2 V'_0}.$$

Un accroissement de vitesse ne modifie en rien la période normale des tourbillons jusqu'au moment où la vitesse  $V'_1$ , pour laquelle la période de ces derniers est égale au *double* de la période de la tige, est atteinte.

Un phénomène d'accrochage analogue à celui déjà observé dans l'étude de la vibration dans un plan normal à l'écoulement se produit alors : à partir de la vitesse  $V'_1$  et jusqu'à la vitesse  $V'_2$ , les tourbillons ont une période toujours égale au double de la période du cylindre et par suite différente de celle qu'ils auraient si l'obstacle était immobile (voir *fig. 58 et 59*).

Pendant toute la durée des oscillations, la fréquence du cylindre augmente d'ailleurs très lentement avec la vitesse. Comme nous

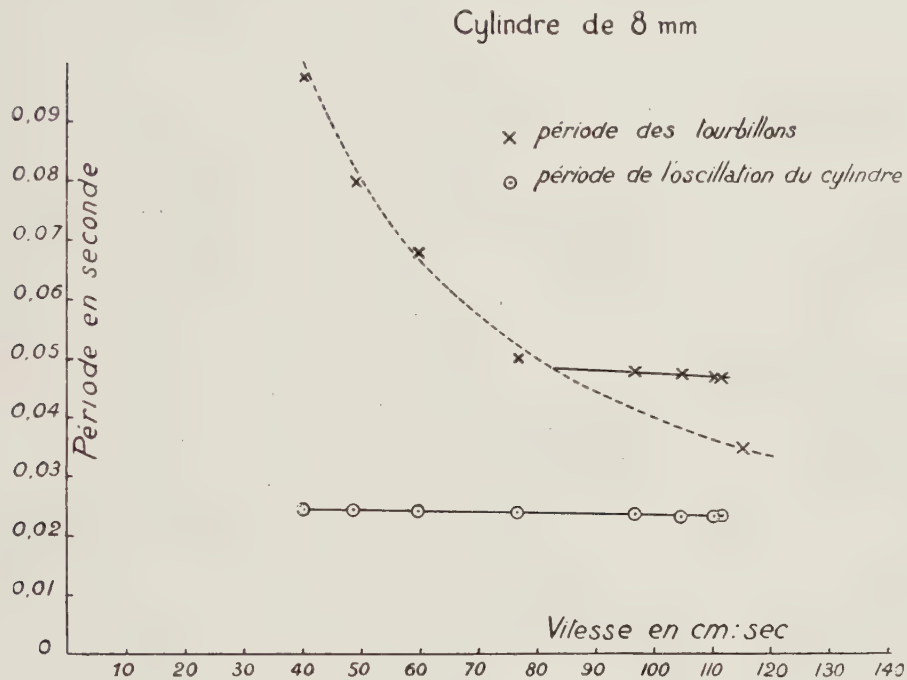


FIG. 58. — Phénomène de la vibration parallèle au sens de l'écoulement pour un cylindre de 8 mm.

l'avons déjà signalé, vers la fin de cette vibration on constate que le cylindre oscille par instant dans un plan perpendiculaire au sens de l'écoulement. Il y a coexistence des deux modes d'oscillations; lorsque la première est terminée, la seconde continue à se manifester.

Il est cependant possible d'immobiliser le cylindre de 8 mm. entre les deux vibrations et cela, en mettant à profit une sorte de phénomène d'hystérésis. On constate en effet que les valeurs des vitesses entre lesquelles se maintiennent les vibrations diffèrent suivant que l'on opère à vitesse croissante ou décroissante. La figure 59 donne les différentes valeurs limites pour le cylindre de 10 mm. de diamètre.

Pour le cylindre de 8 mm., si après avoir dépassé la valeur de la vitesse correspondant à la fin de la vibration parallèle au sens de l'écoulement, on revient en arrière, la vibration perpendiculaire à cette direction qui s'était déjà manifestée, comme nous l'avons dit, et s'était seule maintenue, s'éteint progressivement et la tige apparaît enfin

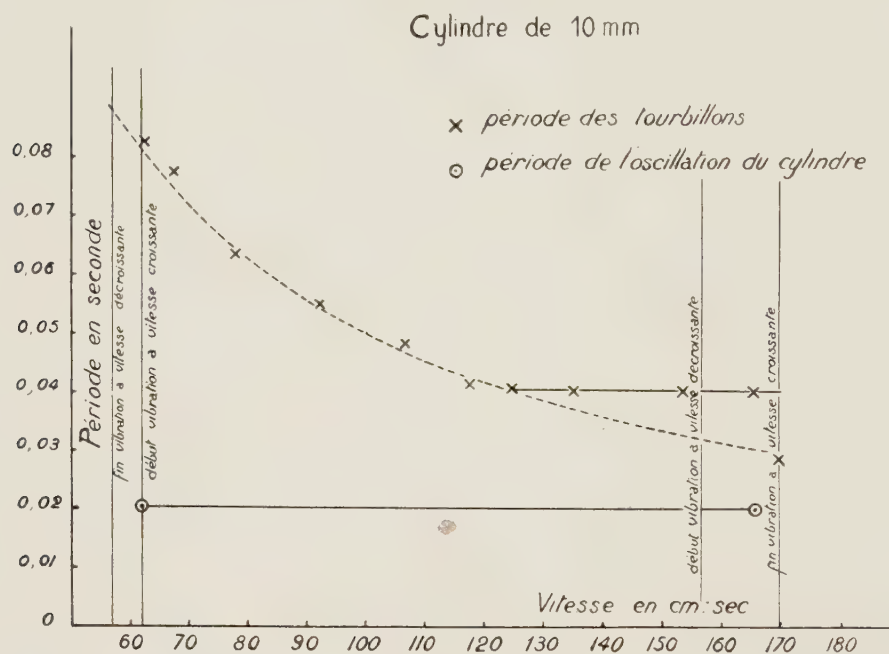


Fig. 59. — Phénomène de la vibration parallèle au sens de l'écoulement pour un cylindre de 10<sup>mm</sup>.

immobile. Si l'on fait alors croître à nouveau la vitesse, cette dernière vibration réapparaît, mais seule cette fois, pour la vitesse  $V_0$  qui peut être calculée par la connaissance du rapport  $\frac{D}{\Theta_0}$ , comme nous l'avons indiqué au chapitre précédent.

Pour le cylindre de 10 mm. malgré cette manœuvre, il est impossible de séparer les deux vibrations. Au contraire, pour des cylindres en laiton ayant un diamètre inférieur à 8 mm. (5 et 6 mm. par exemple), il existe toujours une plage de vitesses, entre les zones correspondant aux deux vibrations, pour laquelle la tige est immobile<sup>1</sup>. Les deux vibrations sont pour ces cylindres nettement séparées.

1. On doit cependant noter, qu'à la fin de la vibration parallèle au sens de l'écoulement, même pour ces cylindres, apparaît toujours par instant une vibration dans un plan normal qui s'éteint d'ailleurs en même temps que la première.

Pour un cylindre de 3 mm. de diamètre, en laiton, la vibration parallèle à l'écoulement est à peine visible par instant. Il est impossible de l'apercevoir sur un cylindre de 2 mm. de diamètre.

#### Amplitude des oscillations.

Les courbes (*fig. 60 et 61*) montrent, pour les deux obstacles étudiés, la variation de l'amplitude au sommet en fonction de la vitesse

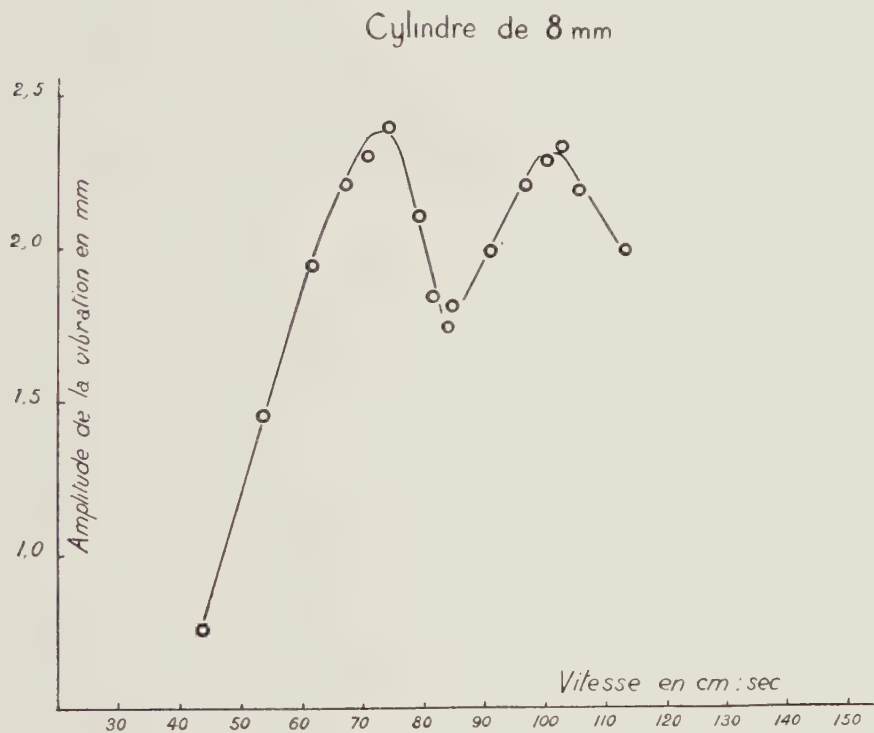


FIG. 60. — Variation de l'amplitude pendant vibration parallèle au sens de l'écoulement pour le cylindre de 8<sup>mm</sup>.

de l'eau. On doit remarquer que ces deux courbes présentent un minimum nettement accusé, pour la valeur de la vitesse correspondant à l'accrochage.

Dans le cas de cylindres ayant un diamètre plus faible, ce minimum est presque nul. A l'œil, on a l'impression que les cylindres sont immobiles; au stroboscope cependant, on peut percevoir une oscillation mais d'amplitude extrêmement faible.

### Début des vibrations.

Si l'on caractérise comme précédemment les cylindres par le quotient  $\frac{D}{\Theta_0}$  et si l'on mesure les vitesses  $V'_0$  pour lesquelles débuent les vibrations, on peut dresser le tableau XV et représenter les résultats par la courbe (*fig. 62*).

TABLEAU XV.

*Vibration des cylindres dans un plan parallèle à l'écoulement.*

| Nature<br>des<br>cylindres. | Diamètre<br>D<br>des cylindres<br>en cm. | Période<br>initiale<br>$\Theta_0$<br>des cylindres. | Vitesse<br>$V_0$<br>en cm/sec. | $\frac{D}{\Theta_0}$ |
|-----------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------|----------------------|
| laiton.                     | 0,500                                    | 0,0390                                              | 23,0                           | 12,82                |
| »                           | 0,600                                    | 0,0320                                              | 29,7                           | 18,75                |
| acier.                      | 0,500                                    | 0,0255                                              | 31,0                           | 19,60                |
| laiton.                     | 0,800                                    | 0,0245                                              | 40,1                           | 32,65                |
| acier.                      | 0,695                                    | 0,0185                                              | 47,5                           | 37,60                |
| laiton.                     | 1,000                                    | 0,0208                                              | 62,0                           | 48,10                |
| acier.                      | 1,000                                    | 0,0143                                              | 88,0                           | 69,90                |
| laiton.                     | 1,200                                    | 0,0165                                              | 88,7                           | 72,70                |

On peut constater que cette courbe est une droite passant par l'origine lorsque  $\frac{D}{\Theta_0}$  est supérieur à 30, l'équation de cette droite ayant pour expression

$$V'_0 = \frac{1}{0,8} \frac{D}{\Theta_0}.$$

Pour la vitesse  $V'_0$  la période des tourbillons est égale à

$$T'_0 = \frac{1}{0,2} \frac{D}{V'_0}$$

et l'on voit ainsi que la vibration transversale débute, dans le cas où la condition  $\frac{D}{\Theta_0} > 30$  est satisfaite, lorsque la période des tourbillons a une valeur quatre fois supérieure à la période propre des cylindres dans l'eau.

$$T'_0 = 4 \Theta_0.$$

Applications à l'hydraulique et à l'aérodynamique.

On connaît les effets néfastes que peut entraîner la mise en résonance d'un obstacle par les tourbillons alternés, en particulier dans le cas des grilles protégeant l'entrée des chambres d'eau de turbines

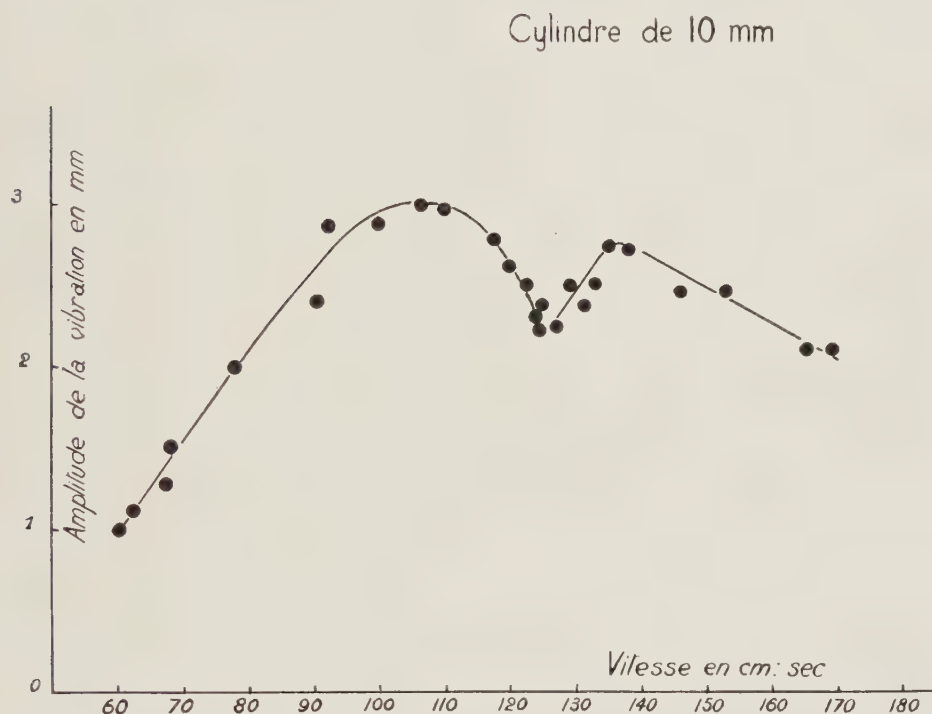


FIG. 61. — Variation de l'amplitude pendant vibration parallèle au sens de l'écoulement pour le cylindre de 10<sup>mm</sup>.

par exemple. Ce phénomène peut encore être la cause d'accidents beaucoup plus graves en aviation, et l'on peut, croyons-nous, émettre l'hypothèse que les vibrations ayant entraîné la perte de l'*Arc-en-Ciel*, piloté par DROUHIN, ont été dues aux tourbillons alternés. Il y a donc intérêt dans tous les projets d'hydraulique ou d'aérodynamique, à ne pas négliger l'action possible des tourbillons sur les diverses portions de l'ouvrage ou de l'appareil. Si l'on doit en particulier porter toute son attention sur la première vibration signalée (vibration dans un

plan perpendiculaire au courant), il ne faut pas négliger l'influence de la vibration parallèle au sens de l'écoulement bien que cette der-

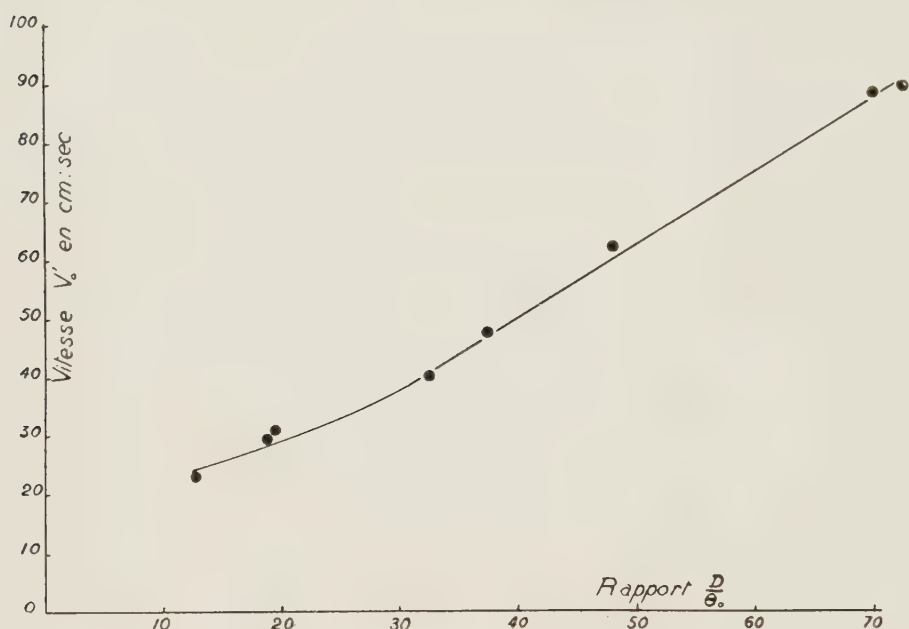


FIG. 62. — Courbe donnant la valeur de la vitesse pour laquelle débute la vibration parallèle au sens de l'écoulement en fonction du rapport  $\frac{D}{\delta_0}$ .

nière soit d'amplitude plus faible. Elle se produit, on le sait, aux environs d'une vitesse moitié dans le cas où la fréquence des tourbillons est pratiquement indépendante de la viscosité, c'est-à-dire dans la zone où le paramètre de STROUHAL peut être considéré comme constant.

## X. — Vibration des cylindres pour des nombres de Reynolds inférieurs au critérium.

L'emploi des tiges de faible diamètre nous a permis de déceler l'existence de périodes pour des nombres de Reynolds inférieurs au critérium<sup>1</sup>.

Nous décrirons le phénomène tel que nous l'avons observé sur une tige cylindrique de 0<sup>mm</sup> 735 de diamètre, encastrée à sa base et libre à l'autre extrémité.

Comme dans la recherche du critérium, on part d'une vitesse nulle et l'on observe soigneusement après chaque ouverture de la vanne l'aspect du sillage. Les valeurs successives données à la vitesse doivent être aussi voisines que possible, sans cela on s'expose à passer la zone de vitesses correspondant à la vibration sans que cette dernière se produise. Si donc l'on opère soigneusement, pour une vitesse  $V_1$  bien définie, on voit la tige se mettre à osciller. L'aspect du sillage, qui jusqu'alors était resté celui caractéristique du régime laminaire, présente immédiatement l'aspect caractéristique du régime turbulent. L'amplitude de l'oscillation croît avec la vitesse, passe par un maximum pour une vitesse  $V_2$  d'ailleurs assez voisine de  $V_1$  puis diminue et s'annule. Si l'on examine à nouveau avec attention le sillage, on peut constater qu'il est redevenu non turbulent, aspect qu'il conserve d'ailleurs jusqu'au moment où la vitesse critique définie par la relation :

$$V_c = \frac{47\nu}{D}$$

est atteinte.

L'étude quantitative de la vibration a montré que la période  $\Theta$  d'oscillation de la tige était de 0<sup>s</sup>,24 et que la vitesse du liquide cor-

---

1. *Les tourbillons alternés et le régime d'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle*, par MM. P. DUPIN et M. TEISSIÉ-SOLIER. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, éditeurs, 1928, et C. R. de l'Académie des Sciences, t. 186, p. 203, 1928.

respondant à l'amplitude maximum était égale à 3,49 cm. dans l'eau à la température de 19°3  $\left(\frac{\mu}{\rho} = 0,01017\right)$  ce qui donne :

$$S = \frac{D}{V(\pm)} = \frac{0,0735}{3,49 \times 0,24} = 0,0875$$

et

$$R = \frac{VD}{\nu} = \frac{3,49 \times 0,0735}{0,01017} = 25,2.$$

Si l'on reporte ce point sur la courbe de STROUHAL, on constate qu'il se place dans la zone laminaire sur le prolongement même de la courbe déterminée par la mesure directe des tourbillons (voir *fig. 19*).

Nous avons renouvelé l'expérience avec diverses tiges et des liquides de viscosité bien supérieure à celle de l'eau, et cela dans l'espoir de pouvoir observer le phénomène avec plus de facilité étant donné que pour un même nombre de REYNOLDS, tout accroissement de viscosité entraîne un accroissement de la vitesse.

Le faible diamètre des tiges nous a permis sans inconvénient de les placer dans un ajutage de  $6 \times 30$  cm. précédé d'un pavillon assurant un parallélisme rigoureux des filets et un champ uniforme de vecteurs vitesses. On ne pouvait songer à les placer dans l'ajutage de 30 cm. de diamètre par suite de la quantité considérable de fluide visqueux qu'une telle expérience aurait nécessité.

Le tableau ci-dessous indique les résultats obtenus :

TABLEAU XVI.

*Vibrations de cylindres de 0<sup>m</sup>,30 de long encastrés à la base.*

| Liquide employé.                          | Diamètre<br>en<br>mm. | V<br>en<br>cm/sec. | (±)<br>en<br>sec. | Température<br>en<br>degrés C. | $\frac{\mu}{\rho}$<br>en<br>C. G. S. | Nombre<br>de<br>Reynolds. | Paramètre<br>de<br>Strouhal. |
|-------------------------------------------|-----------------------|--------------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| Eau .....                                 | 1,00                  | 4,15               | 0,22              | 19,10                          | 0,01021                              | 40,6                      | 0,1095                       |
| Eau .....                                 | 1,00<br>(tige lestée) | 3,22               | 0,31              | 18,85                          | 0,01028                              | 31,4                      | 0,1000                       |
| Huile et CCl <sub>4</sub> .....           | 2,00                  | 20,5               | 0,10              | 20,80                          | 0,1210                               | 33,8                      | 0,0976                       |
| Eau .....                                 | 0,735                 | 3,49               | 0,24              | 19,30                          | 0,01017                              | 25,2                      | 0,0875                       |
| Carbonate de potas-<br>sium (solution) .. | 1,00                  | 5,36               | 0,23              | 14,40                          | 0,0230                               | 23,3                      | 0,0810                       |

Tous les points se situent bien sur le prolongement de la courbe de STROUHAL (voir *fig. 19*).

Malgré tous nos efforts pour atteindre un nombre de REYNOLDS inférieur à 21, nos tentatives sont restées vaines.

Doit-on admettre que la zone comprise entre 20 et 48 correspond à la zone d'instabilité analogue à celle mise en évidence par COUETTE pour les conduites. Nous ne le croyons pas. Nous n'avons jamais observé une zone instable, même pour des valeurs du nombre de REYNOLDS très voisines du critérium. Le changement de régime a toujours été très net.

En résumé, on peut conclure qu'il est possible *de faire vibrer des obstacles cylindriques de forme convenable pour des vitesses du fluide correspondant à des nombres de Reynolds inférieurs au critérium*. Il semble donc que préexiste dans la région laminaire ce que l'on peut appeler la graine de la turbulence.<sup>1</sup>

---

1. A la suite de la publication de la brochure « Sur les tourbillons alternés et les régimes d'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle » par MM. P. Dupin et M. Teissié-Solier, E. G. RICHARDSON a bien voulu nous faire connaître son opinion sur cette question :

« En ce qui concerne les oscillations du cylindre avant l'apparition des tourbillons, je crois que cela peut être possible; en effet, vous trouverez que je suggérais que cela pouvait arriver, pour ma plus basse valeur du nombre critique  $\frac{VD}{\nu} = 33$ , dans ma réponse au Dr Piercy consignée dans la discussion qui suit mon Mémoire « Recent experiments in aerodynamics ».

« Je présume qu'une certaine sorte d'oscillation arrive avant que les tourbillons apparaissent comme tels; en l'absence de vibration, ceux-ci peuvent être éteints. Ainsi mon 33 est le  $\frac{VD}{\nu}$  critique *le plus bas*, tandis que votre 48 est *le plus élevé*. »

---

# XI. — Etude des tourbillons en régime turbulent naturel<sup>1</sup>.

Il était intéressant de savoir si dans le régime turbulent naturel les tourbillons alternés suivent la même loi qu'en régime de POISEUILLE. Afin de pouvoir placer nos obstacles dans ce régime turbu-

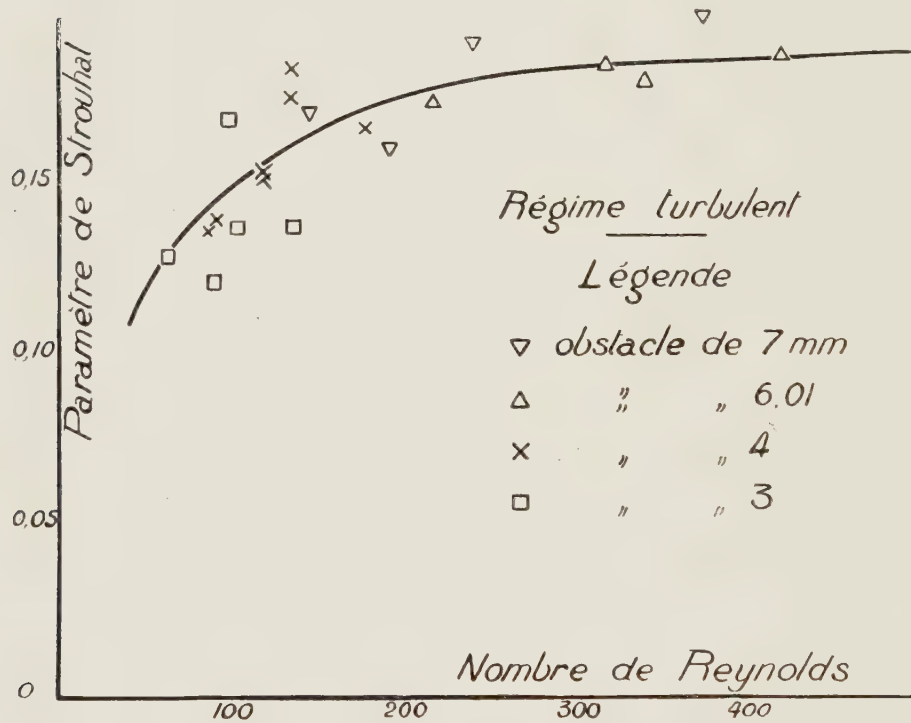


FIG. 63. — Étude de la fréquence des tourbillons en régime turbulent naturel de conduite.

lent, nous avons disposé notre ajutage à l'extrémité d'une conduite de même dimension (30 cm.).

La longueur de cette conduite était telle que la distance parcourue par les filets, avant d'atteindre l'ajutage, était supérieure à 50 fois le diamètre de la conduite. Dans ces conditions, il est bien évident que

1. C. R. de l'Académie des Sciences, t. 190, 1930, p. 920.

l'on a inévitablement une répartition des vitesses dans l'ajutage; cependant dans la portion centrale il existe pratiquement une zone de 5 ou 6 cm. dans laquelle la variation de vitesse est relativement faible.

Nous avons encore utilisé la méthode chronophotographique pour déterminer cette vitesse. La période des tourbillons a été mesurée soit par observation directe pour les faibles nombres de REYNOLDS, soit par la méthode du fil pour les grandes vitesses. Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux XVII et XVIII qui ont permis le tracé des figures 63 et 20. Comme on peut s'en rendre compte, les résultats paraissent moins réguliers qu'en régime non turbulent mais tous les points expérimentaux se répartissent bien sans divergences systématiques autour de la courbe de STROUHAL provenant des expériences en régime laminaire. Ce résultat pouvait être entrevu, étant donnée la faible inclinaison des filets en régime turbulent naturel de conduite; il était bon cependant de le vérifier.

TABLEAU XVII.

| Diamètre<br>de la tige<br>en mm. | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. | Température<br>en<br>degrés. | Viscosité<br>$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ | Nombre<br>de<br>Reynolds. | Paramètre<br>de<br>Strouhal. |
|----------------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------------------|---------------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| 7,00                             | 5,65                     | 0,620                   | 17,9                         | 0,01050                               | 376                       | 0,201                        |
| »                                | 3,65                     | 1,000                   | »                            | »                                     | 243                       | 0,192                        |
| »                                | 2,93                     | 1,540                   | »                            | »                                     | 194                       | 0,161                        |
| »                                | 2,22                     | 1,830                   | »                            | »                                     | 148                       | 0,172                        |
| 6,01                             | 6,65                     | 0,480                   | 22,3                         | 0,00952                               | 422                       | 0,188                        |
| »                                | 5,39                     | 0,620                   | 22,5                         | 0,00948                               | 342                       | 0,180                        |
| »                                | 5,08                     | 0,640                   | 22,3                         | 0,00952                               | 320                       | 0,185                        |
| »                                | 3,45                     | 1,000                   | 22,5                         | 0,00948                               | 218                       | 0,174                        |
| 4,00                             | 4,72                     | 0,509                   | 18,0                         | 0,01047                               | 180                       | 0,167                        |
| »                                | 3,58                     | 0,604                   | 18,2                         | 0,01043                               | 137                       | 0,185                        |
| »                                | 3,55                     | 0,640                   | 18,0                         | 0,01047                               | 136                       | 0,176                        |
| »                                | 3,12                     | 0,838                   | 18,4                         | 0,01038                               | 120                       | 0,153                        |
| »                                | 2,38                     | 1,195                   | 18,6                         | 0,01034                               | 91                        | 0,140                        |
| »                                | 8,28                     | 1,280                   | 18,2                         | 0,01043                               | 87                        | 0,137                        |
| 3,00                             | 4,80                     | 0,452                   | 18,1                         | 0,00045                               | 138                       | 0,138                        |
| »                                | 3,63                     | 0,596                   | 18,0                         | 0,01047                               | 104                       | 0,138                        |
| »                                | 3,45                     | 0,512                   | 18,1                         | 0,01045                               | 99                        | 0,170                        |
| »                                | 3,15                     | 0,778                   | 18,0                         | 0,01047                               | 90                        | 0,122                        |
| »                                | 2,34                     | 1,180                   | »                            | »                                     | 68                        | 0,108                        |

TABLEAU XVIII.

| Diamètre<br>de la tige<br>en mm. | Vitesse<br>en<br>cm/sec. | Période<br>T<br>en sec. | Température<br>en<br>degrés. | Viscosité<br>$V = \frac{\mu}{\rho}$ | Nombre<br>de<br>Reynolds. | Paramètre<br>de<br>Strouhal |
|----------------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| 5,00                             | 52,7                     | 0,0500                  | 18,6 <sup>0</sup>            | 0,01034                             | 2540                      | 0,190                       |
| »                                | 58,0                     | 0,0476                  | »                            | »                                   | 3260                      | 0,181                       |
| 8,00                             | 26,2                     | 0,1365                  | 18,3                         | 0,01040                             | 2020                      | 0,223                       |
| »                                | 26,2                     | 0,1405                  | 18,9                         | 0,01026                             | 2100                      | 0,217                       |
| »                                | 27,9                     | 0,1405                  | 18,6                         | 0,01034                             | 2160                      | 0,204                       |
| »                                | 36,3                     | 0,1170                  | 18,3                         | 0,01040                             | 2800                      | 0,190                       |
| »                                | 58,0                     | 0,0782                  | 18,6                         | 0,01034                             | 4470                      | 0,177                       |
| »                                | 44,5                     | 0,0906                  | 18,9                         | 0,01026                             | 3430                      | 0,198                       |
| »                                | 86,5                     | 0,0497                  | 18,6                         | 0,01034                             | 6700                      | 0,186                       |
| »                                | 112,0                    | 0,0373                  | »                            | »                                   | 8670                      | 0,192                       |
| »                                | 58,4                     | 0,0810                  | 18,2                         | 0,01040                             | 4500                      | 0,170                       |
| »                                | 60,7                     | 0,0670                  | 18,4                         | 0,01038                             | 4690                      | 0,197                       |
| »                                | 73,2                     | 0,0623                  | »                            | »                                   | 5650                      | 0,176                       |
| 11,00                            | 29,2                     | 0,1945                  | »                            | »                                   | 3100                      | 0,194                       |
| »                                | 37,8                     | 0,1465                  | 18,2                         | 0,01043                             | 3990                      | 0,199                       |
| »                                | 46,0                     | 0,1220                  | 17,9                         | 0,01050                             | 4830                      | 0,196                       |
| »                                | 55,8                     | 0,1065                  | 18,2                         | 0,01043                             | 5880                      | 0,185                       |
| »                                | 68,7                     | 0,0860                  | 18,3                         | 0,01040                             | 7270                      | 0,187                       |
| »                                | 76,2                     | 0,0778                  | »                            | »                                   | 8070                      | 0,187                       |
| »                                | 82,6                     | 0,0697                  | 18,2                         | 0,01043                             | 8650                      | 0,191                       |
| »                                | 98,2                     | 0,0587                  | »                            | »                                   | 10300                     | 0,191                       |
| »                                | 106,7                    | 0,0531                  | »                            | »                                   | 11200                     | 0,195                       |

## VII. — Conclusion.

Il résulte donc de l'ensemble de l'exposé qui précède :

1° Que la méthode chronophotographique de M. CAMICHEL peut être utilisée pour la mesure précise de la vitesse dans les liquides même pour des mouvements présentant une accélération notable ;

2° Que différents modes d'observation peuvent être utilisés, suivant le cas, pour la mesure de la fréquence des tourbillons alternés :

La méthode d'observation directe ;

La méthode des franges ;

La méthode du fil ;

La méthode des tiges vibrantes ;

La méthode optique de M. BÉNARD ;

La méthode du fil chaud.

3° Que les lois de la similitude dynamique s'appliquent bien au phénomène des tourbillons alternés ;

4° Qu'il existe, par suite, pour les cylindres à section circulaire un nombre de REYNOLDS critique ou critérium voisin de 47 marquant la naissance des tourbillons alternés ;

5° Que le paramètre de STROUHAL correspondant a une valeur voisine de 0,117.

6° Que le rapport  $\frac{L}{D}$  de la longueur L de la tige à son diamètre doit être supérieur à 25 D pour que le cylindre puisse être assimilé à un cylindre de longueur infinie ;

7° Que l'amplitude de l'oscillation du sillage présente parfois des variations périodiques mais que ce phénomène manque, en général, de régularité ;

8° Que le phénomène de la vibration des cylindres dans un plan perpendiculaire à l'écoulement ne peut être utilisé pour la mesure de la variation de la fréquence des tourbillons alternés en fonction de la vitesse, sauf dans le cas de cylindres de faible diamètre et de période relativement longue pour lesquels cette méthode ne doit pas entraîner d'erreur notable ;

9° Que le mode de vibration des cylindres dans un plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement n'est pas le seul possible et qu'il existe un mode de vibration des cylindres dans un plan parallèle à l'écoulement, en particulier lorsque la vitesse du fluide est voisine de celle pour laquelle la période des tourbillons a une valeur double de la période propre de la tige cylindrique ;

10° Que la plage couverte par la vibration n'est pas limitée par les mêmes vitesses extrêmes suivant que l'on opère à vitesse croissante ou décroissante ;

11° Qu'il est possible à l'aide de la vibration des cylindres, de déceler dans la zone correspondant au régime laminaire des phénomènes périodiques dont la fréquence suit la même loi que celle des tourbillons alternés ;

12° Que pour la même vitesse moyenne d'attaque, en régime turbulent de conduite, la valeur moyenne de la fréquence des tourbillons est la même que celle déterminée pour cette même vitesse en régime laminaire.

## DEUXIÈME THÈSE

---

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

*Sur la mesure électrique des petits déplacements.*

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 19 mai 1930.

*Le Doyen de la Faculté des Sciences,*

CH. MAURAIN.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

*Le Recteur de l'Académie de Paris,*

S. CHARLÉTY.

---

## LISTES DES PUBLICATIONS

DU LABORATOIRE D'HYDRAULIQUE DE L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE  
DE TOULOUSE RELATIVES AUX TOURBILLONS ALTERNÉS

- 
- C. CAMICHEL. — *Sur les tourbillons provoqués par un obstacle immergé dans un courant liquide* (C. R. de l'Ac. des Sciences, t. 184, p. 1509).
- C. CAMICHEL, P. DUPIN et M. TEISSIÉ-SOLIER. — *Sur l'application de la loi de similitude aux périodes de formation des tourbillons alternés de Bénard-Kármán* (C. R. de l'Ac. des Sciences, t. 185, p. 1556).
- C. CAMICHEL, P. DUPIN et M. TEISSIÉ-SOLIER. — *Sur l'existence, dans l'écoulement d'un fluide autour de cylindres immergés, d'un phénomène périodique en régime de Poiseuille* (C. R. de l'Ac. des Sciences, t. 186, p. 203).
- P. DUPIN et M. TEISSIÉ-SOLIER. — *Les tourbillons alternés et les régimes d'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle* (Gauthier-Villars, éditeurs, Paris).
- P. DUPIN et M. TEISSIÉ-SOLIER. — *Sur les tourbillons alternés en régime non turbulent et en régime turbulent* (C. R. de l'Ac. des Sciences, t. 190, p. 920).







